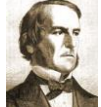


LOGIQUE COMBINATOIRE

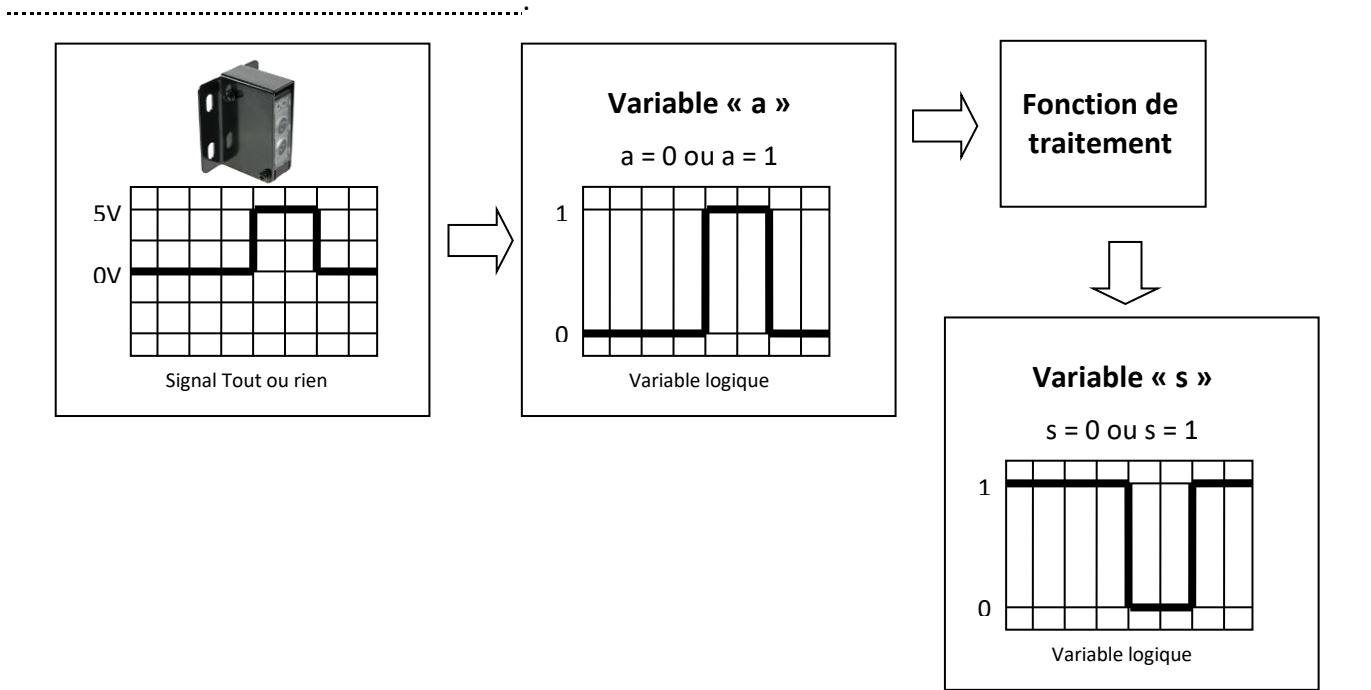
1. Introduction :

1.1. Algèbre de BOOLE :



George Boole, mathématicien, logicien et un peu philosophe est né le 2 novembre 1815 à Lincoln, dans le Lincolnshire (Angleterre). C'est le père fondateur de la logique moderne. En 1854 il réussit là où Leibniz avait échoué : allier en un même langage mathématique et symbolisme. Le but : traduire des idées et des concepts en équations, leur appliquer certaines lois et retraduire le résultat en termes logiques. Pour cela, il crée une algèbre binaire n'acceptant que deux valeurs numériques : 0 et 1. L'algèbre booléenne ou algèbre de BOOLE était née. Les travaux théoriques de Boole, trouveront des applications primordiales dans des domaines aussi divers que les systèmes informatiques, les circuits électriques et téléphoniques, l'automatisme...

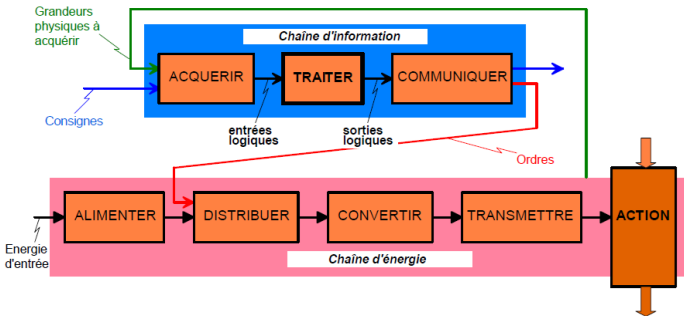
Cet algèbre permet de traduire des signaux (tout ou rien) en expressions mathématiques en remplaçant chaque signal élémentaire par des et leur traitement par des



Une fois assemblées, ces fonctions combinatoires simples donneront naissance à des circuits réalisant des opérations très complexes utilisées dans l'élaboration des processeurs et autres machine de traitement de l'information.

1.2. Identification de la fonction :

.....



2. Notions de base :

De nombreux dispositifs électroniques, électromécaniques (mécanique, électrique, pneumatique, etc...) fonctionnent en TOUT ou RIEN. Ceci sous-entend qu'ils peuvent prendre 2 états.

Exemple :

Arrêt
 ouvert
 enclenché
 avant
 vrai
 conduction

Pour ces raisons, il est beaucoup plus avantageux d'employer un système mathématique n'utilisant que 2 valeurs numériques (exemple 0 ou 1) pour étudier les conditions de fonctionnement de ces dispositifs. C'est le système

2.1. Notion de logique combinatoire :

La logique combinatoire, à l'aide de fonctions logiques, permet la construction d'un système combinatoire.

.....

.....

2.2. Notion de variable binaire :

.....

..... Cette variable est dite binaire et se note par une lettre comme en algèbre :

Exemple : a b x

On trouvera parfois cette notation du zéro : \emptyset pour éviter la confusion avec la lettre O. La variable binaire est aussi appelée variable booléenne.

2.3. Notion de fonction logique :

.....

.....

.....

La valeur résultante de la fonction est nommée variable de sortie. Elle ne peut prendre que 2 valeurs : 0 ou 1.

2.4. Table de vérité :

.....

Chacune des combinaisons des variables d'entrée est écrite sur une ligne différente.
 Si définit le nombre de variables d'entrée, la table de vérité comportera combinaisons différentes.

Exemple :

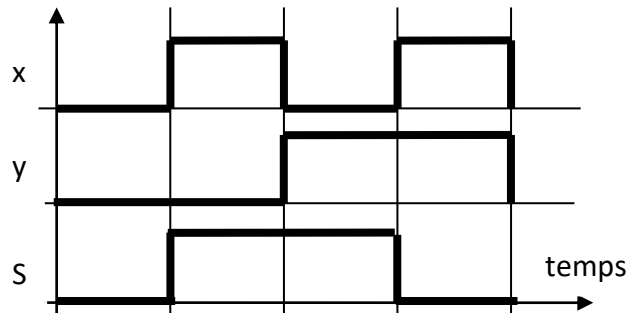
Entrées		Sortie
x	y	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

x et y sont les variables d'entrée
 S est la variable de sortie

Si n = La table de vérité comporte combinaisons soit 4.

2.5. Chronogrammes :

.....



3. Les opérateurs logiques :

3.1. Opérateur OUI ou égalité :

Schéma à contacts	Symbole AFNOR	Symbole américain	Table de vérité	Equation						
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>e</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> </tr> </tbody> </table>	e	S
e	S									
....									
....									
<p>Chronogrammes :</p>									

3.2. Opérateur NON ou complémentation :

Schéma à contacts	Symbole AFNOR	Symbole américain	Table de vérité	Equation						
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>e</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> </tr> </tbody> </table>	e	S	<p>—</p> <p>.....</p>
e	S									
....									
....									
<p>Chronogrammes :</p>			<p>.....</p> <p>.....</p>							

3.3. Opérateur ET (AND) ::

Schéma à contacts	Symbole AFNOR	Symbole américain	Table de vérité	Equation																		
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>e1</th> <th>e2</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>....</td> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td>....</td> <td>....</td> </tr> </tbody> </table>	e1	e2	S	<p>.....</p>
e1	e2	S																				
....																				
....																				
....																				
....																				
....																				
<p>Chronogrammes :</p>			<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>																			

3.4. Opérateur OU (OR) :

Schéma à contacts	Symbole AFNOR	Symbole américain	Table de vérité	Equation																					
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>e1</th> <th>e2</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> </tbody> </table>	e1	e2	S	
e1	e2	S																							
....																							
....																							
....																							
....																							
....																							
....																							
<p>Chronogrammes :</p>			<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>																						

3.5. Opérateur NON ET (NAND) :

Schéma à contacts	Symbole AFNOR	Symbole américain	Table de vérité	Equation																					
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>e1</th> <th>e2</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> <tr><td>....</td><td>....</td><td>....</td></tr> </tbody> </table>	e1	e2	S	
e1	e2	S																							
....																							
....																							
....																							
....																							
....																							
....																							
<p>Chronogrammes :</p>			<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>																						

4. Propriétés de l'algèbre de Boole :

4.1. Priorités des fonctions :

On observe la priorité des opérations avec par ordre décroissant de priorité :

.....

4.2. Propriétés portant sur une variable :

Règle	Opérateur OU	Opérateur ET
Involution	$\overline{\overline{a}} = a = \dots$	
Idempotence	$a + a = \dots$	$a \cdot a = \dots$
Complémentarité	$a + \overline{a} = \dots$	$a \cdot \overline{a} = \dots$
Élément neutre	$a + 0 = \dots$	$a \cdot 1 = \dots$
Élément absorbant	$a + 1 = \dots$	$a \cdot 0 = \dots$

4.3. Propriétés portant sur plusieurs variables :

Règle	Opérateur OU	Opérateur ET
Commutativité	$a + b = \dots$	$a \cdot b = \dots$
Associativité	$a + (b + c) = \dots$	$a \cdot (b \cdot c) = \dots$
Distributivité	$a + b \cdot c = \dots$	$a \cdot (b + c) = \dots$
Absorption	$a + a \cdot b = \dots$	$a \cdot (a + b) = \dots$
Absorption	$a + \overline{a} \cdot b = \dots$	$a \cdot (\overline{a} + b) = \dots$

4.4. Théorème de DE MORGAN

- Le complément d'une somme est égal au produit des compléments des termes de la somme :

.....

- Le complément d'un produit est égal à la somme des compléments des termes du produit :

.....