

	Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable	
	Résistance des matériaux	
	Comportement mécanique des produits	Cours



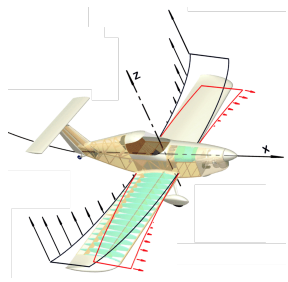
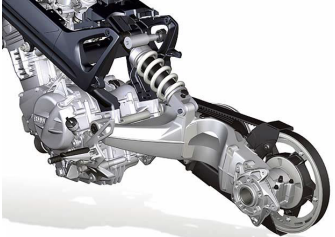


Objectifs :

Choisir le matériau, les formes et les dimensions d'une pièce mécanique en fonction des conditions de déformation et de résistance requise.

La statique permet la détermination des forces extérieures à un solide indéformable. Cependant, aucun corps n'est réellement indéformable. Donc, ces forces extérieures engendrent des forces intérieures entre les particules matérielles. Il en résulte des contraintes et des déformations qui ne doivent pas devenir dangereuses.

Exemples d'étude de résistance des matériaux :

Viaduc de Millau	Structure d'une Volvo V40	Aile d'avion léger Luciole MC30	Amortisseur de moto
			
Résister au passage des véhicules et aux vents	Amortir un choc et protéger les occupants	Peu fléchir pour garder de la portance	Assurer la liaison au sol des roues et amortir les chocs

1. Hypothèse de la RdM, champ d'application

a. Le matériau

- Il est homogène : structure continue et identique dans toutes les directions.
- Il est isotrope: même propriétés mécaniques dans toutes les directions.

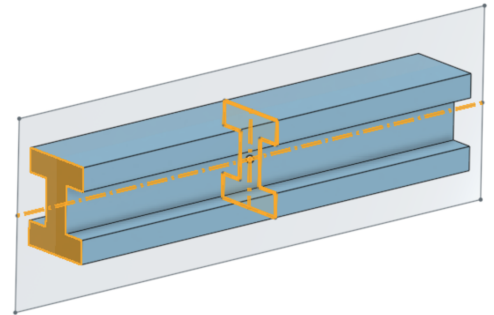
Ces hypothèses sont fausses pour tous les matériaux granuleux ou fibreux.

b. Disposition de la matière

La RDM étudie des pièces dont les formes sont relativement simples. Ces pièces sont désignées sous le terme de « poutres ».

Caractéristiques d'une poutre :

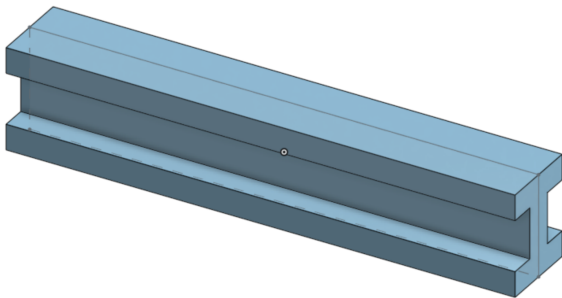
- grande longueur par rapport aux autres dimensions,
- forme droite (ou très faiblement courbée),
- section constante (ou variant très progressivement),
- existence d'un plan de symétrie dans le sens de la longueur.



c. Efforts extérieurs appliqués à la poutre

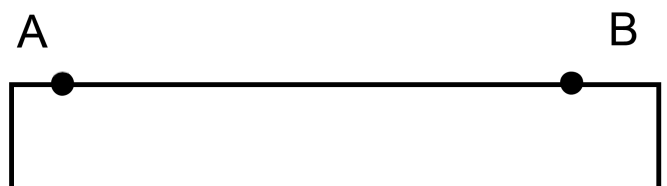
Les efforts sont appliqués :

- Soit dans un plan de symétrie

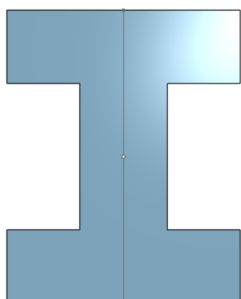


Les types d'efforts sont :

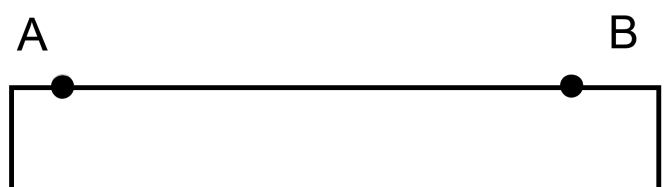
- Soit une charge concentrée en un point



- Soit symétriquement par rapport à un plan de symétrie

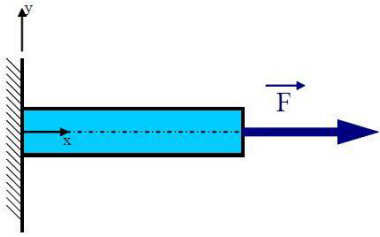
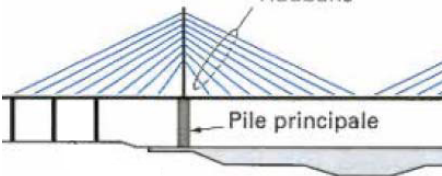
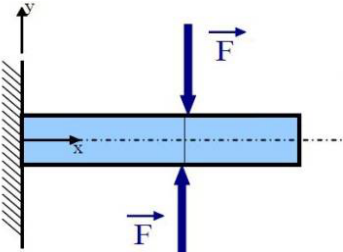
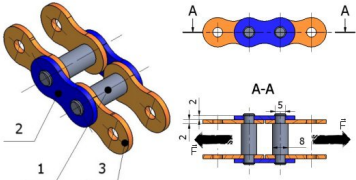
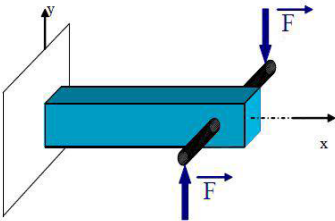
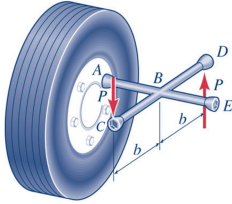
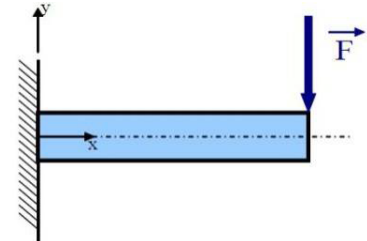



- Soit une charge uniformément répartie (poids, neige, vent,...)



2. Sollicitations simples

Une sollicitation est l'application d'une charge ou action mécanique extérieure (force ou moment) sur la pièce étudiée. Elle engendre une déformation.

Traction / Compression		
	Pont à haubans 	Les piles travaillent en compression et les haubans en traction.
Déformation : Allongement / raccourcissement longitudinal		
Cisaillement		
	Maillon de chaîne de transmission 	Les extrémités des axes 1 sont soumis à du cisaillement.
Déformation : Glissement relatif des sections dans une direction		
Torsion		
	Clé en croix 	La portion [AB] de la clé en croix est soumise à de la torsion.
Déformation : Glissement relatif des sections autour d'un axe		
Flexion		
	Plongeur de piscine 	Le plongeur est soumis à de la flexion.
Déformation : Fléchissement		

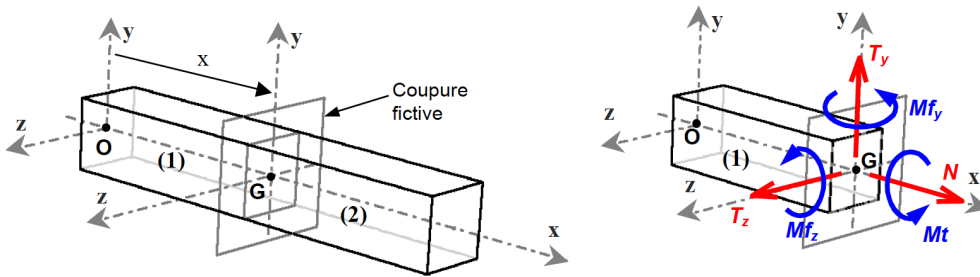
3. Contraintes et torseur de cohésion

Les sollicitations engendrent des contraintes, c'est-à-dire des efforts intérieurs à la poutre (résultantes et moments) qui déforme la pièce. Ils sont exprimés par le torseur de cohésion.

Le torseur de cohésion indique les composantes qui assurent l'équilibre ou la cohésion de la structure sous l'action des « charges » ou actions mécaniques extérieures, il est donc établi par le principe fondamental de la statique (PFS).

$$\{T_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} N_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix}_G + \begin{Bmatrix} M_t \\ M_{fy} \\ M_{fz} \end{Bmatrix}_B$$

Effort normal
Moment de torsion
Moments fléchissants
Efforts tranchants



4. Caractéristique mécanique des matériaux

Suivant l'intensité des contraintes qu'on lui applique le matériau à des comportements différents :

- déformations élastiques : le matériau se déforme sous la contrainte puis revient en position initiale lorsqu'on supprime les efforts.
- déformations plastiques : le matériau se déforme sous la contrainte et reste déformé lorsqu'on supprime les efforts.
- rupture : sous la contrainte, le matériau se rompt.

Pour caractériser chaque matériau, on utilise alors les paramètres suivants :

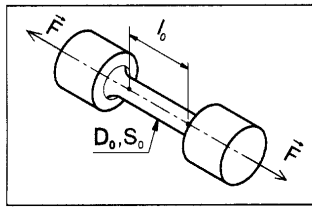
- E : module de Young (coefficient d'élasticité longitudinale)
- G : module de Coulomb (coefficient d'élasticité transversale)
- Re : résistance élastique du matériau
- Rp : résistance plastique du matériau

Exemples de valeurs (approximatives, varient en fonction des alliages et traitements) :

Matériau	Re (MPa)	Rp (MPa)	E (MPa)	G (MPa)
Acier d'usage courant	235	340	200 000	80 000
Acier spéciaux	700	930	200 000	80 000
Fonte	200		100 000	40 000
Aluminium (Duralumin)	200	330	72 000	32 000

a. Recherche de caractéristiques d'un matériau : Essai de traction

L'essai de traction est une expérience qui permet de mesurer le degré de résistance à la rupture d'un matériau quelconque, indépendamment de la forme de l'objet sollicité.



Eprouvette de traction

Cet essai consiste à placer une petite barre du matériau à étudier entre les mâchoires d'une machine de traction qui tire sur la barre jusqu'à sa rupture. On enregistre l'allongement (Δl) et la force appliquée (F), que l'on convertit ensuite en déformation (ϵ) et contrainte (σ).



L'essai de traction donne plusieurs valeurs importantes, notamment :

- le module de Young E , ou module d'élasticité longitudinale ;
- la limite élastique R_e , qui sert à caractériser un domaine conventionnel de réversibilité ;
- la limite à la rupture R_m .

On enregistre sur un graphe la contrainte normale en fonction de l'allongement relatif.

La courbe fait apparaître 2 zones :

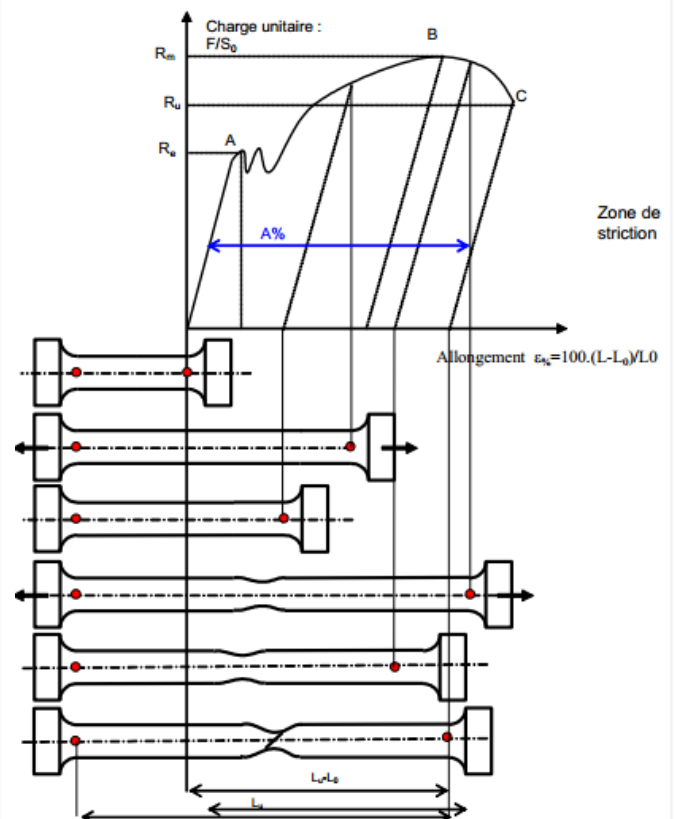
- Zone de déformation élastique
- Zone de déformation plastique

a) Zone OA : zone de déformation élastique

L'allongement est proportionnel à la charge. Si on supprime l'effort, l'éprouvette reprend sa longueur initiale. R_e donne la résistance élastique du matériau.

Cette zone permet de déterminer le module d'élasticité longitudinal E (module de YOUNG). Il caractérise l'aptitude du matériau à se déformer et correspond à la pente de la droite OA. La relation entre la contrainte et la déformation dans la zone élastique est donnée par la loi de Hooke.

Remarque : On peut faire l'analogie avec un ressort ($F = k \times x$) où k serait la raideur du ressort.



b) Zone AC : zone de déformation permanente ou domaine plastique avec rupture en C

La partie (AB) est la partie plastique. La limite élastique est dépassée. Si l'expérience est interrompue (point C), la barre ne reprend pas sa forme initiale. Le chemin de décharge est, de manière simplifiée, parallèle à la droite (OA). Lorsque l'effort appliqué s'annule, il persiste une déformation résiduelle qui ne disparaît plus.

5. Traction / compression

a. Relation Sollicitation – Contrainte

Les contraintes σ dans une section droite sont normales (perpendiculaires) à la section et uniformément réparties. Elles ont pour valeur :

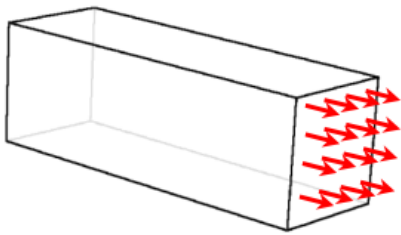
$$\sigma_{\text{traction/compression}} = N / S$$

$\sigma_{\text{traction/compression}}$: contrainte normale (Pa ou MPa)

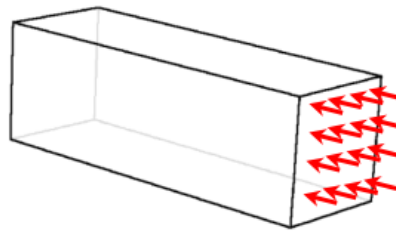
N : effort normal (N)

S : surface de la section (m² ou mm²)

La contrainte normale engendrée est identique dans toute la section :



traction



compression

b. Déformation dans le domaine élastique : loi de Hooke

L'allongement absolu Δl vaut :

$$\Delta l = l - l_0$$

Δl : allongement (m)

l : longueur allongée (m)

l_0 : longueur initiale (m)

C'est cet allongement qui est accessible à l'expérience, par exemple par déformation d'un échantillon en traction pure. En revanche, comme cette valeur absolue dépend de la longueur initiale du matériau, il est commode pour pouvoir comparer des échantillons, d'introduire l'allongement relatif ϵ ou déformation :

$$\epsilon = \Delta l / l_0$$

ϵ : allongement relatif (sans unité)

Δl : allongement (m)

l_0 : longueur initiale (m)

D'après la loi de Hooke, dans le domaine élastique, la contrainte est proportionnelle à la déformation ϵ :

$$\sigma = E \times \epsilon$$

σ : contrainte normale (Pa)

E : module de Young (Pa)

ϵ : allongement relatif (sans unité)

6. Flexion

a. Relation Sollicitation – Contrainte

$$\sigma_{flexion} = \frac{M_{fz}}{\frac{I_{Gz}}{y_M}}$$

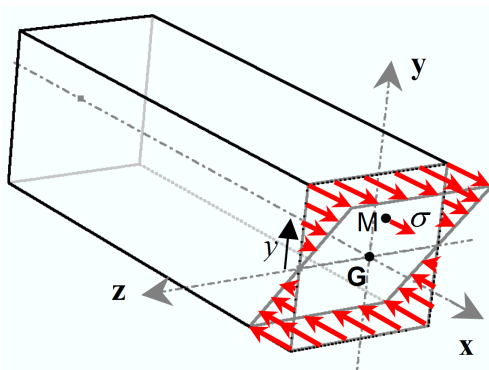
$\sigma_{flexion}$: contrainte normale due à la flexion (Pa)

M_{fz} : moment de flexion sur l'axe z (N·m)

I_{Gz} : moment quadratique de la section droite par rapport à l'axe (Gz) (m⁴)

y_M : ordonnée du point M dans (G,x,y,z) (m)

Remarque : $\frac{I_{Gz}}{y_M}$ est appelé « module de flexion » (en m³).



La contrainte normale engendrée est nulle le long de l'axe (Gz) (fibre neutre) et est de plus en plus élevée lorsqu'on s'en éloigne.

Tableau des moments d'inertie des sections les plus courantes.			
$I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$	$I_{Gz} = \frac{a^4}{12}$	$I_{Gz} = \frac{\pi d^4}{64}$	$I_{Gz} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$

b. Déformation : calcul de la flèche

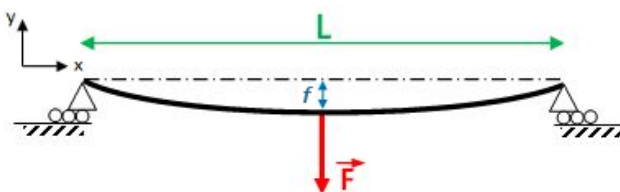
Une poutre soumise à un moment de flexion va se déformer en fonction :

- de la valeur et de la position de(s) la force(s)
- de la nature des appuis

appui simple	articulation	encastrement
1 translation + 1 rotation	1 rotation	0 degré de liberté

On appelle flèche f la valeur de la déformation maximale.

Exemple d'un modèle :



$$f = \frac{F \times L^3}{48 \times E \times I_{Gz}}$$

f : flèche centrale (mm)

F : force (N)

L : distance entre appuis (mm)

E : module de Young du matériau (MPa)

I_{Gz} : moment quadratique de la section (mm⁴)

7. Condition de résistance

La contrainte maximale appliquée sur le matériau ne doit pas dépasser la limite pratique à l'extension du matériau, R_{pe} . Cette limite pratique prend en compte, pour des raisons de sécurité bien compréhensibles, différents aléas inhérents aux matériaux et sollicitations appliquées, via un coefficient de sécurité C_s .

$$\sigma_{MAX} \leq R_{pe}$$

$$R_{pe} = \frac{R_e}{C_s}$$

σ_{MAX} : Contrainte maximale (Pa)

R_{pe} : limite pratique à l'extension (Pa)

R_e : limite élastique du matériau (Pa)

C_s : coefficient de sécurité (sans unité)

- $C_s = 1,5$ à 3 pour des structures courantes.
- $C_s = 8$ à 10 pour des structures présentant un danger pour l'homme et son environnement.

Le calcul de la contrainte maximale est différent en traction et en flexion.

En traction

$$\sigma_{MAX} = \frac{N_{MAX}}{S_{mini}}$$

En flexion

$$\sigma_{MAX} = \frac{M_{fz}}{\frac{I_{Gz}}{y_{MAX}}}$$

σ_{MAX} : Contrainte maximale (Pa)

N_{MAX} : effort normal maximal (N)

S_{mini} : surface de la plus petite section (m^2)

M_{fz} : moment de flexion sur l'axe z ($N \cdot m$)

I_{Gz} : moment quadratique de la section (m^4)

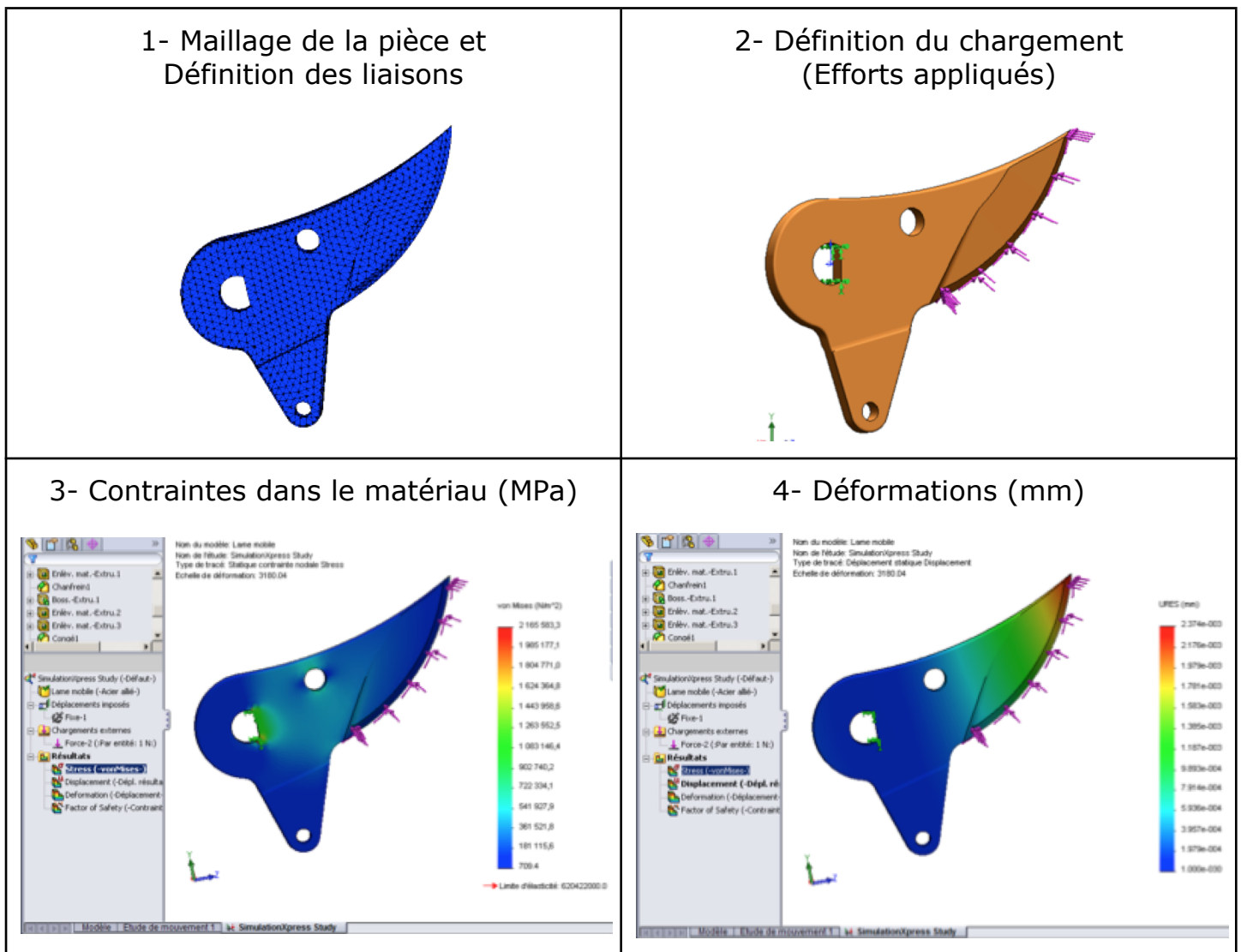
y_{MAX} : ordonnée du point M dans (G,x,y,z) (m)

8. Etude assistée par ordinateur de la RDM

Si la pièce n'est pas une poutre, alors il faut utiliser un logiciel effectuant les calculs par éléments finis.

Le principe est le suivant : Les surfaces de la pièce sont découpées en éléments (triangles en règle générale) qui vont servir aux calculs effectués par l'ordinateur. En considérant ces éléments répondant aux contraintes de la RDM, il est possible d'obtenir des simulations visuelles et numériques facilitant l'aide au choix des matériaux.

Exemple : La lame mobile d'un sécateur



Ce type d'étude vous sera donné dans l'épreuve écrite, il faudra savoir l'exploiter !

9. Dimensionner une pièce et choisir un matériau

A partir d'un cahier des charges donné, on doit être capable de :

- choisir ou justifier l'utilisation d'un matériau pour une structure,
- choisir ou vérifier les dimensions d'un élément d'une structure.

Ces choix se font en considérant soit :

- la résistance du matériau utilisé (par rapport à une limite élastique),
- la déformation de la structure (par rapport au déplacement maxi).

Trois notions principales sont à prendre en compte:

- les efforts ou charges dans la structure,
- les caractéristiques des matériaux utilisés,
- la forme et la dimension d'un élément d'une structure.

En résistance

Vérifier la condition de résistance :

$$\sigma_{\text{MAXI}} \leq R_{pe} (= R_e / C_s)$$

σ : contrainte dans la structure
élémentaire

R_{pe} : limite pratique élastique du matériau
utilisé

En déformation

Vérifier que la déformation de la structure
élémentaire est inférieure à une valeur
limite

$$\Delta l \text{ ou } \varepsilon \text{ ou } f \leq \text{déformation limite}$$

Le dimensionnement comporte 5 étapes.

a. Modéliser une structure réelle

Modéliser une structure réelle en structures élémentaires de type :

- poutre (1 dimension),
- plaque (2 dimensions),
- coque (3 dimensions).

b. Déterminer (ou calculer) les actions mécaniques (charge)

Déterminer (ou calculer) les actions mécaniques (charge) appliquées à la structure. La charge peut être :

- ponctuelle,
- répartie (on se limite à une charge uniformément répartie)

c. Déterminer le type de sollicitation simple

Déterminer le type de sollicitation simple à laquelle est soumise la structure
élémentaire :

- traction,
- compression,
- flexion,
- torsion (non étudiée),
- cisaillement (non étudié).

d. Déterminer la contrainte

En traction

En flexion

Pour les cas complexes

$$\sigma_{MAX} = \frac{N_{MAX}}{S_{mini}}$$

$$\sigma_{MAX} = \frac{M_{fz}}{\frac{I_{Gz}}{y_{MAX}}}$$

Utilisation d'un modèle numérique

e. Valider le choix du matériau ou les dimensions de la structure

En résistance

En déformation

Valider le **choix du matériau** en choisissant un matériau dont la limite élastique du matériau (R_e) respecte la condition de résistance.

Vérifier que **la déformation** de la pièce ne dépasse pas une valeur limite.

En traction
En compression

$$R_e \geq \frac{N_{MAX}}{S_{mini}} \times C_s$$

En flexion

$$R_e \geq \frac{M_{fz}}{\frac{I_{Gz}}{y_{MAX}}} \times C_s$$

En traction
En compression

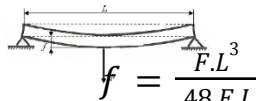
$$\Delta l \leq \Delta l_{lim}$$

En flexion

$$f \leq f_{limite}$$

Valider les **dimensions de la pièce** en choisissant une section (S) ou un module de flexion (I_{Gz} / y_{MAX}) qui respecte la condition de résistance.

$$\Delta l = \frac{N_{MAX}}{S_{mini}} \times \frac{l_0}{E}$$

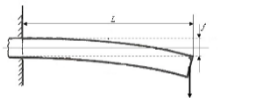
$$f = \frac{F.L^3}{48.E.I}$$


En traction

$$S_{mini} \geq \frac{N_{MAX}}{R_e} \times C_s$$

En flexion

$$\frac{I_{Gz}}{y_{MAX}} \geq \frac{M_{fz}}{R_e} \times C_s$$

$$f = \frac{F.L^3}{3.E.I}$$


10. Lexique

	Unité :	SI	utilisée
F : Charge: efforts appliqués à la structure		N	N
σ : Contrainte: pression interne dans le matériau (On ne tient compte que de la contrainte normale)		Pa	MPa
Re : Limite élastique: limite en dessous de laquelle le matériau ne subit pas de déformations irréversibles		Pa	MPa
R_{p_e} : limite pratique élastique : R _{p_e} =R _e /Cs		Pa	MPa
Cs : coefficient de sécurité :		sans unité	
S : Surface normale:		m ²	mm ²
E : Module de Young: caractérise la raideur d'un matériau et permet de déterminer l'allongement		Pa	MPa
I : Moment quadratique : grandeur qui caractérise la géométrie d'une section (donnée)		m ⁴	mm ⁴
I/v : Module de flexion : Caractérise la forme d'une poutre (donné)		m ³	mm ³
Δl : Allongement : déformation d'un matériau par traction.		m	mm
ε : Allongement relatif ($\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$): caractérise la déformation en traction sans unité			
f : Flèche : caractérise la déformation en flexion.		m	mm
M_f : Moment fléchissant : (donnée)		N.m	N.m
N : Effort normal : (donnée)		N	N