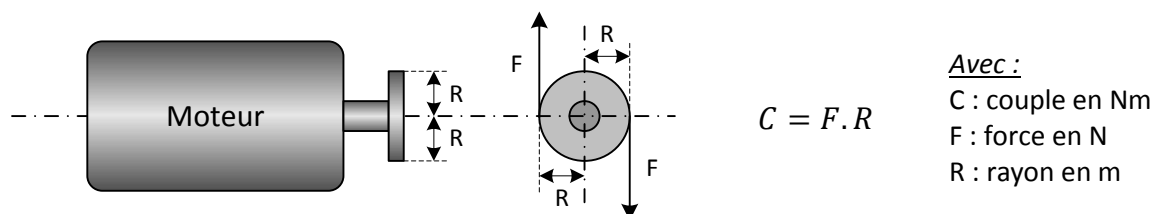


## ENERGIE MECANIQUE

### 1. Puissance et couple

#### 1.1. Notion de couple

Si un moteur entraîne une machine par l'intermédiaire d'une poulie et d'une courroie, il exerce sur la courroie 2 forces égales  $F$  distantes entre elles de la valeur du diamètre de la poulie.



#### 1.2. Travail d'un couple

Au cours d'une rotation d'un angle  $\theta$ , le couple produit un travail que l'on désigne par  $W$ .

$$W = C \cdot \theta$$

Avec :  
 $W$  : travail en J  
 $C$  : couple en Nm  
 $\theta$  : angle de rotation en rad

#### 1.3. Puissance développée par un couple

La puissance représente le travail effectué pendant une unité de temps.

$$P = \frac{W}{t}$$

Avec :  
 $P$  : puissance en W  
 $W$  : travail en J  
 $t$  : temps en s

#### 1.4. Puissance en fonction du couple

$P = \frac{W}{t}$  et  $W = C \cdot \theta$  alors  $P = \frac{C \cdot \theta}{t}$ . Or  $\frac{\theta}{t}$  exprime une vitesse angulaire ( $\Omega = \frac{\theta}{t}$ ) d'où :

$$P = C \cdot \Omega$$

Avec :  
 $P$  : puissance en W  
 $C$  : couple en Nm  
 $\Omega$  : vitesse angulaire en rad/s

#### 1.5. Puissance en fonction de la vitesse :

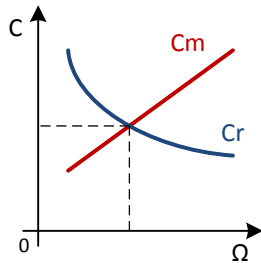
$P = C \cdot \Omega$  et  $C = F \cdot R$  alors  $P = F \cdot R \cdot \Omega$ . Or  $R \cdot \Omega$  exprime une vitesse linéaire ( $v = R \cdot \Omega$ ) d'où :

$$P = F \cdot v$$

Avec :  
 $P$  : puissance en W  
 $F$  : force en N  
 $v$  : vitesse linéaire en m/s

## 2. Couple moteur et couple résistant

Le couple d'une machine varie généralement avec la vitesse, c'est une caractéristique mécanique importante. Elle s'exprime par une courbe qui est de même expression pour le moteur et la machine entraînée.



A l'intersection des caractéristiques  $C_m = f(\Omega)$  et  $C_r = f(\Omega)$ , les couples sont égaux :

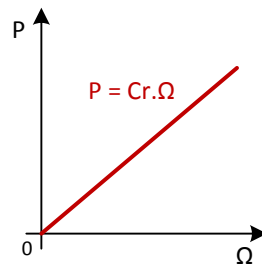
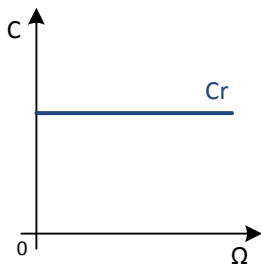
$$C_m = C_r$$

Il y a équilibre.

La caractéristique du couple en fonction de la vitesse dépend de la machine à entraîner.

### 2.1. Couple constant

Le couple est indépendant de la vitesse, mais la puissance est proportionnelle à la vitesse (90 % des cas).

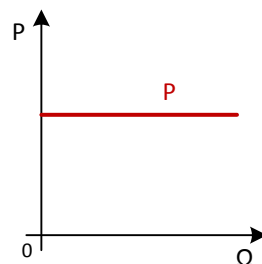
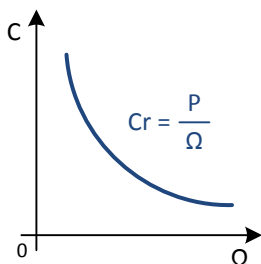


Exemples :

- Levage,
- Pompes,
- ...

### 2.2. Puissance constante

Le couple est inversement proportionnel à la vitesse.

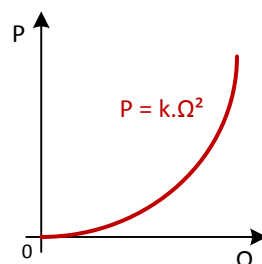
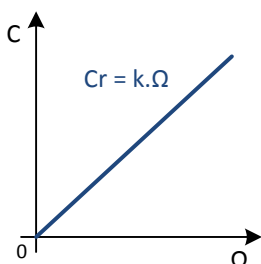


Exemples :

- Machine à enrouler et à dérouler les tôles,
- Essoreuse,
- ...

### 2.3. Couple proportionnel à la vitesse

La puissance est proportionnelle au carré de la vitesse.

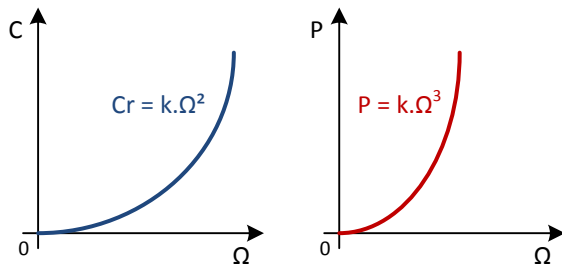


Exemples :

- Pompe volumétrique,
- Frottements,
- ...

## 2.4. Couple proportionnel au carré de la vitesse

La puissance est proportionnelle au cube de la vitesse. C'est le cas des machines soufflantes.



Exemples :

- Ventilateurs,
- ...

## 3. Couple de démarrage

Le couple de démarrage doit, d'une part, décoller la masse de moment d'inertie J et, d'autre part, vaincre le couple résistant relatif à la machine à entraîner, d'où :

$$Cd = Cacc + Cr$$

Avec : Cd : couple de démarrage  
Cacc : couple d'accélération  
Cr : couple résistant

Le couple d'accélération Cacc n'existe que pendant la mise en vitesse de la masse d'inertie J, alors que le couple résistant Cr se maintient durant tout le temps de fonctionnement du moteur.

Cacc = Cm – Cr au point d'équilibre, Cacc = 0 et Cm = Cr.

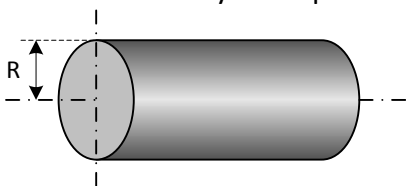
### 3.1. Moment d'inertie J

Le moment d'inertie d'une masse m en rotation est donné par la relation :

$$J = m \cdot r^2$$

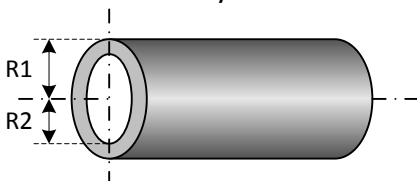
Avec : J : moment d'inertie en kg.m²  
m : masse en kg  
r : moment de giration en m²

- Cas d'un cylindre plein :



$$r^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow J = m \cdot \frac{R^2}{2}$$

- Cas d'un cylindre creux :



$$r^2 = \frac{R1^2 + R2^2}{2} \Rightarrow J = m \cdot \frac{R1^2 + R2^2}{2}$$

- Cas d'un réducteur : on peut calculer le moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur par la relation :

$$J_{2/1} = J_2 \cdot \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

Avec :

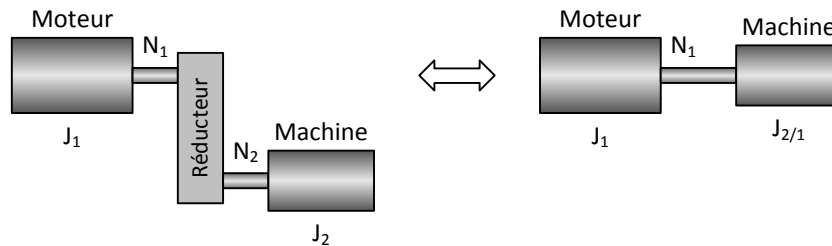
$N_1$  : vitesse du moteur

$N_2$  : vitesse de la machine entraînée

$J_1$  : moment d'inertie du rotor du moteur

$J_2$  : moment d'inertie de la machine entraînée

$J_{2/1}$  : moment d'inertie de la machine ramené sur l'arbre moteur



- Moment d'inertie total : les moments d'inertie sur un même arbre s'additionnent pour obtenir le moment d'inertie total.

$$J_{TOTAL} = J_1 + J_{2/1}$$

### 3.2. Couple accélérateur

Selon le temps mis par la machine à entraîner pour atteindre sa vitesse nominale, le couple accélérateur sera plus ou moins important. D'après le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) :

$$C_{acc} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

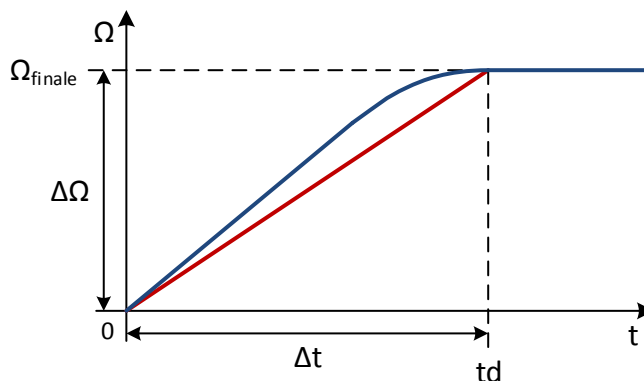
Avec :

$C_{acc}$  : couple d'accélération en Nm

$J$  : moment d'inertie total en kg.m<sup>2</sup>

$d\Omega/dt$  : dérivée la vitesse par rapport au temps pendant le démarrage

Hypothèse simplificatrice : Pendant la phase de démarrage, on peut considérer que l'évolution de la vitesse est linéaire.



Dans ce cas :

$$C_{acc} = J \cdot \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} = J \cdot \frac{\Omega_{finale}}{td}$$

Avec :

$C_{acc}$  : couple d'accélération en Nm

$J$  : moment d'inertie total en kg.m<sup>2</sup>

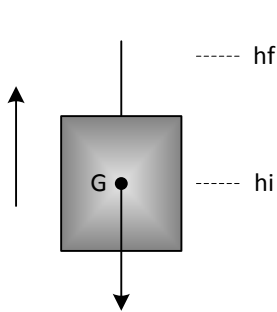
$\Omega_{finale}$  : vitesse angulaire en régime établi en rad/s

$td$  : temps de démarrage en s

## 4. Énergies

### 4.1. Énergie potentielle

Lorsque le mécanisme entraîné par le moteur a pour fonction de modifier l'altitude d'une masse, l'énergie est stockée sous forme potentielle.



$$W_{pf} = m \cdot g \cdot hf \text{ et } W_{pi} = m \cdot g \cdot hi$$

L'accroissement d'énergie potentielle entre les altitudes initial ( $hi$ ) et finale ( $hf$ ) est :

$$W_p = m \cdot g \cdot (hf - hi)$$

Avec :

$W_p$  : énergie potentielle en J

$m$  : masse en kg

$g$  : accélération de la pesanteur en  $m/s^2$

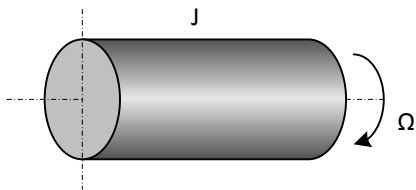
$hf$  : altitude finale en m

$hi$  : altitude initiale en m

### 4.2. Énergie cinétique

Tout élément en mouvement peut accumuler une énergie mécanique sous forme cinétique.

- Mouvement de rotation :



$$W_c = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \Omega^2$$

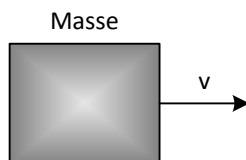
Avec :

$W_c$  : énergie cinétique en J

$J$  : moment d'inertie en  $kg \cdot m^2$

$\Omega$  : vitesse angulaire en  $rad/s$

- Mouvement de translation :



$$W_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Avec :

$W_c$  : énergie cinétique en J

$m$  : masse en kg

$v$  : vitesse linéaire en  $m/s$

### 4.3. Réversibilité

Les énergies potentielle et cinétique peuvent être accumulées ou restituées. La conversion d'énergie effectuée par le moteur électrique peut alors devenir réversible.

- Si l'énergie est accumulée, le convertisseur fonctionne en moteur :

Electrique  $\xrightarrow{\text{Moteur}}$  Mécanique

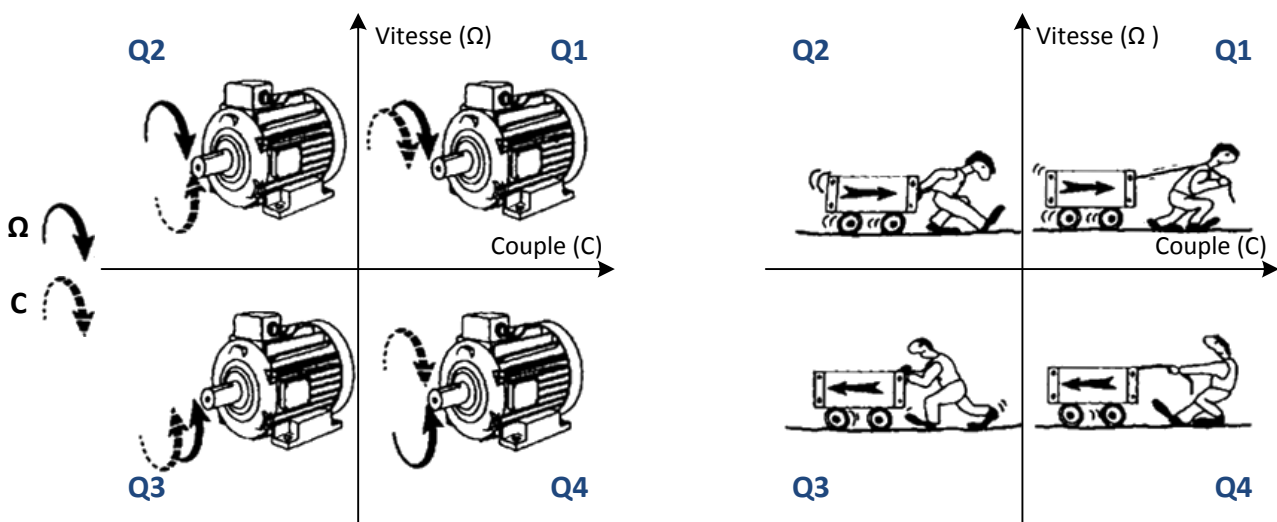
- Si l'énergie est restituée, le convertisseur fonctionne en générateur :

Electrique  $\xleftarrow{\text{Générateur}}$  Mécanique

## 5. Fonctionnement dans les quatre quadrants

Selon le sens du couple et de la vitesse, on peut définir dans un plan couple/vitesse, 4 zones de fonctionnement de la machine.

Rotation	Fonctionnement	Couple	Vitesse	Puissance	Quadrant
1 <sup>er</sup> sens	Moteur	+	+	+	1
	Générateur	-	+	-	2
2 <sup>ème</sup> sens	Moteur	-	-	+	3
	Générateur	+	-	-	4



### ▪ Quadrant 1 :

Le couple et la vitesse sont dans le même sens : Fonctionnement Moteur. Conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique.

### ▪ Quadrant 2 :

Le couple et la vitesse ont des sens opposés : Fonctionnement Générateur (les charges sont freinées). Conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique.

### ▪ Quadrant 3 :

Le couple et la vitesse sont dans le même sens : Fonctionnement Moteur. Conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique.

### ▪ Quadrant 4 :

Le couple et la vitesse ont des sens opposés : Fonctionnement Générateur (les charges sont freinées). Conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique.

## 6. Mobilité électrique

Dans le cas d'un véhicule motorisé, la force nécessaire à faire avancer le véhicule dépend essentiellement de trois critères :

- La force liée à la résistance au roulement (frottement des roues sur le sol) :

Avec :

$$F_{rr} = C_{rr}.m.g$$

$F_{rr}$  : force de résistance au roulement en N  
 $C_{rr}$  : coefficient de résistance au roulement  
 $m$  : masse du véhicule en kg  
 $g$  : accélération de la pesanteur en  $m/s^2$

- La force liée à la résistance à la pente :

Avec :

$$F_p = m.g.\sin(\alpha)$$

$F_p$  : force de résistance à la pente en N  
 $m$  : masse du véhicule en kg  
 $g$  : accélération de la pesanteur en  $m/s^2$   
 $\alpha$  : angle d'inclinaison de la pente en degrés (ou en radians)

- La force liée à la résistance aérodynamique :

Avec :

$$F_a = S.C_x.\frac{1}{2}.(v + v_a)^2.\rho$$

$F_a$  : force de la résistance aérodynamique en N  
 $S$  : surface frontale du véhicule en  $m^2$   
 $C_x$  : coefficient de pénétration dans l'air (de traînée)  
 $v$  : vitesse de déplacement du véhicule en  $m/s$   
 $v_a$  : vitesse du vent en  $m/s$   
 $\rho$  : masse volumique de l'air en  $kg/m^3$  (ou  $g/l$ )

La force totale de résistance à l'avancement est donc :

Avec :

$$F_r = F_{rr} + F_p + F_a$$

$F_r$  : force de résistance à l'avancement en N  
 $F_{rr}$  : force de résistance au roulement en N  
 $F_p$  : force de résistance à la pente en N  
 $F_a$  : force de la résistance aérodynamique en N

On peut alors en déduire la puissance totale à la roue (ou aux roues) :

Avec :

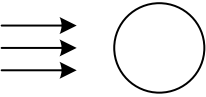
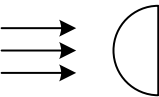
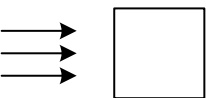
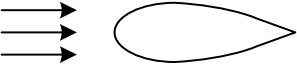
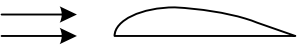


$$P_r = F_r.v$$

$P_r$  : puissance totale en W  
 $F_r$  : force de résistance à l'avancement en N  
 $v$  : vitesse de déplacement du véhicule en  $m/s$

## COEFFICIENT DE RESISTANCE AU ROULEMENT

Crr	Description
0,0003 à 0,0004	Roue de chemin de fer en acier sur rail en acier (résistance au roulement statique).
0,001 à 0,0015	Roulement à billes en acier durci sur acier.
0,0010 à 0,0024	Roue de chemin de fer en acier sur rail en acier. Wagon de passager environ 0,002.
0,0019 à 0,0065	Roues en fonte de véhicules miniers sur rails en acier.
0,0022 à 0,005	Pneus de bicyclette de production pour 8,3 bars et 50 km/h.
0,0025	Pneus spéciaux éco-marathon.
0,005	Rails sales de tramway (standard) avec et sans virages.
0,0045 à 0,008	Pneus de grands camions.
0,0055	Pneus BMX de bicyclettes typiques pour voitures solaires.
0,0062 à 0,015	Mesure de pneus de voiture.
0,010 à 0,015	Pneus de voitures ordinaires sur béton.
0,0385 à 0,073	Diligence (XIX <sup>e</sup> siècle) sur une route sale. Neige molle sur la route dans le pire cas.
0,3	Pneus de voitures ordinaires sur sable.

## COEFFICIENT DE TRAINEE

Forme typique		Cx
Sphère		0,47
Demi-sphère		0,42
Cube		1,05
Corps profilé		0,04
Semi-corps profilé		0,09
Ferrari 360 Modena		0,33
Mazda CX-5		0,33



## MASSE VOLUMIQUE DE L'AIR

### Masse volumique de l'air sous 1013 mbar

*A la pression de l'atmosphère standard internationale (ISA) au niveau de la mer.*

Ts = Température sèche en °C

Hr = Humidité relative

Ts \ Hr	100%	90%	80%	70%	60%	50%	40%	30%	20%	10%	1%
-10 °C	1,34	1,34	1,34	1,34	1,341	1,341	1,341	1,341	1,341	1,341	1,341
-9 °C	1,335	1,335	1,335	1,335	1,335	1,336	1,336	1,336	1,336	1,336	1,336
-8 °C	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,331	1,331	1,331	1,331	1,331
-7 °C	1,324	1,325	1,325	1,325	1,325	1,325	1,326	1,326	1,326	1,326	1,326
-6 °C	1,319	1,32	1,32	1,32	1,32	1,32	1,321	1,321	1,321	1,321	1,321
-5 °C	1,314	1,314	1,315	1,315	1,315	1,315	1,316	1,316	1,316	1,316	1,316
-4 °C	1,309	1,309	1,31	1,31	1,31	1,31	1,311	1,311	1,311	1,311	1,311
-3 °C	1,304	1,304	1,305	1,305	1,305	1,305	1,306	1,306	1,306	1,306	1,307
-2 °C	1,299	1,299	1,3	1,3	1,3	1,301	1,301	1,301	1,301	1,302	1,302
-1 °C	1,294	1,295	1,295	1,295	1,295	1,296	1,296	1,296	1,296	1,297	1,297
0 °C	1,289	1,29	1,29	1,29	1,29	1,291	1,291	1,291	1,292	1,292	1,292
1 °C	1,284	1,285	1,285	1,285	1,286	1,286	1,286	1,287	1,287	1,287	1,288
2 °C	1,279	1,28	1,28	1,281	1,281	1,281	1,282	1,282	1,282	1,283	1,283
3 °C	1,275	1,275	1,275	1,276	1,276	1,276	1,277	1,277	1,277	1,278	1,278
4 °C	1,27	1,27	1,271	1,271	1,271	1,272	1,272	1,272	1,273	1,273	1,274
5 °C	1,265	1,265	1,266	1,266	1,267	1,267	1,267	1,268	1,268	1,269	1,269
6 °C	1,26	1,261	1,261	1,261	1,262	1,262	1,263	1,263	1,264	1,264	1,264
7 °C	1,255	1,256	1,256	1,257	1,257	1,258	1,258	1,259	1,259	1,26	1,26
8 °C	1,25	1,251	1,251	1,252	1,252	1,253	1,253	1,254	1,254	1,255	1,255
9 °C	1,246	1,246	1,247	1,247	1,248	1,248	1,249	1,249	1,25	1,251	1,251
10 °C	1,241	1,241	1,242	1,243	1,243	1,244	1,244	1,245	1,245	1,246	1,247
11 °C	1,236	1,237	1,237	1,238	1,239	1,239	1,24	1,24	1,241	1,242	1,242
12 °C	1,231	1,232	1,233	1,233	1,234	1,235	1,235	1,236	1,237	1,237	1,238
13 °C	1,227	1,227	1,228	1,229	1,229	1,23	1,231	1,231	1,232	1,233	1,234
14 °C	1,222	1,223	1,223	1,224	1,225	1,226	1,226	1,227	1,228	1,229	1,229
15 °C	1,217	1,218	1,219	1,22	1,22	1,221	1,222	1,223	1,223	1,224	1,225
16 °C	1,212	1,213	1,214	1,215	1,216	1,217	1,217	1,218	1,219	1,22	1,221
17 °C	1,208	1,209	1,21	1,21	1,211	1,212	1,213	1,214	1,215	1,216	1,217
18 °C	1,203	1,204	1,205	1,206	1,207	1,208	1,209	1,21	1,211	1,211	1,212
19 °C	1,198	1,199	1,2	1,201	1,202	1,203	1,204	1,205	1,206	1,207	1,208
20 °C	1,194	1,195	1,196	1,197	1,198	1,199	1,2	1,201	1,202	1,203	1,204
21 °C	1,189	1,19	1,191	1,192	1,193	1,194	1,196	1,197	1,198	1,199	1,2
22 °C	1,184	1,185	1,187	1,188	1,189	1,19	1,191	1,192	1,194	1,195	1,196
23 °C	1,179	1,181	1,182	1,183	1,184	1,186	1,187	1,188	1,189	1,191	1,192
24 °C	1,175	1,176	1,177	1,179	1,18	1,181	1,183	1,184	1,185	1,187	1,188
25 °C	1,17	1,171	1,173	1,174	1,176	1,177	1,178	1,18	1,181	1,183	1,184
26 °C	1,165	1,167	1,168	1,17	1,171	1,173	1,174	1,176	1,177	1,178	1,18
27 °C	1,16	1,162	1,164	1,165	1,167	1,168	1,17	1,171	1,173	1,174	1,176
28 °C	1,156	1,157	1,159	1,161	1,162	1,164	1,165	1,167	1,169	1,17	1,172
29 °C	1,151	1,153	1,154	1,156	1,158	1,16	1,161	1,163	1,165	1,166	1,168
30 °C	1,146	1,148	1,15	1,151	1,153	1,155	1,157	1,159	1,161	1,163	1,164
31 °C	1,141	1,143	1,145	1,147	1,149	1,151	1,153	1,155	1,157	1,159	1,161
32 °C	1,136	1,138	1,14	1,142	1,144	1,146	1,149	1,151	1,153	1,155	1,157
33 °C	1,131	1,133	1,136	1,138	1,14	1,142	1,144	1,146	1,149	1,151	1,153
34 °C	1,126	1,129	1,131	1,133	1,136	1,138	1,14	1,142	1,145	1,147	1,149
35 °C	1,121	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,136	1,138	1,141	1,143	1,145
36 °C	1,116	1,119	1,122	1,124	1,127	1,129	1,132	1,134	1,137	1,139	1,142
37 °C	1,111	1,114	1,117	1,119	1,122	1,125	1,127	1,13	1,133	1,135	1,138
38 °C	1,106	1,109	1,112	1,115	1,118	1,12	1,123	1,126	1,129	1,132	1,134
39 °C	1,101	1,104	1,107	1,11	1,113	1,116	1,119	1,122	1,125	1,128	1,131
40 °C	1,096	1,099	1,102	1,105	1,109	1,112	1,115	1,118	1,121	1,124	1,127