

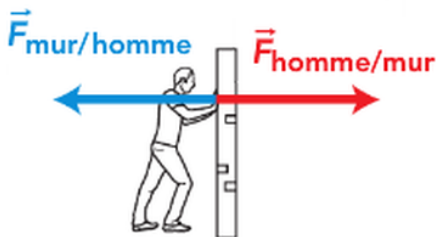
	Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable		
	Principe fondamental de la Statique		
	Champs Commun	COURS	

Le **principe fondamental de la statique (PFS)**, ou théorème de l'équilibre, exprime les conditions d'équilibre d'un solide indéformable dans un référentiel galiléen.

Un objet est à l'équilibre lorsqu'il a un mouvement rectiligne uniforme (son moment dynamique est nul en tous points, ce qui implique que son accélération linéaire et son accélération angulaire soient nulles). Souvent, on considère le cas d'un objet immobile.

1. Principe des actions réciproques (ou mutuelles)

Dans tout système de force, il y a interaction, c'est le principe **d'action-réaction**.



Ces 2 forces ont :

.....

.....

.....

.....

On les appelle forces réciproques (ou mutuelles).

2. Principe fondamental de la Statique

2.1. Définition

Un système matériel (S) est en équilibre, c'est-à-dire au repos, par rapport à un repère si,

.....

.....

2.2. Énoncé général

Le principe fondamental de la statique (PFS) s'énonce alors de la manière suivante :

Un solide ou un ensemble de solide Σ est en équilibre par rapport à un repère galiléen, si et seulement si :

3. Applications graphiques

Ce type de résolution est basé sur une interprétation graphique du PFS. On distinguera deux cas : un système soumis à deux efforts ou un système soumis à trois efforts.

3.1. Système soumis à deux forces

Un système isolé soumis à deux forces est en équilibre si les deux forces ont :

.....

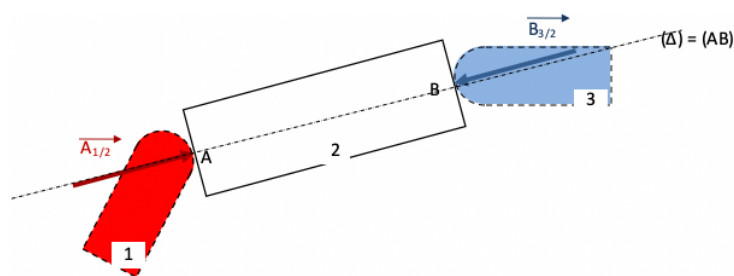
.....

.....

.....

.....

.....

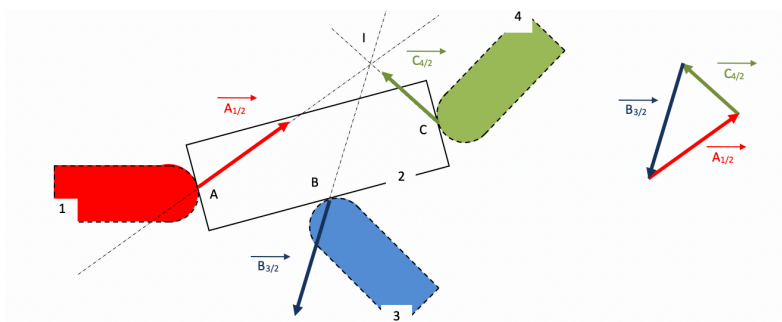


3.2. Système soumis à trois forces non parallèles

Un système isolé soumis à trois forces est en équilibre si les trois forces :

.....

.....



.....

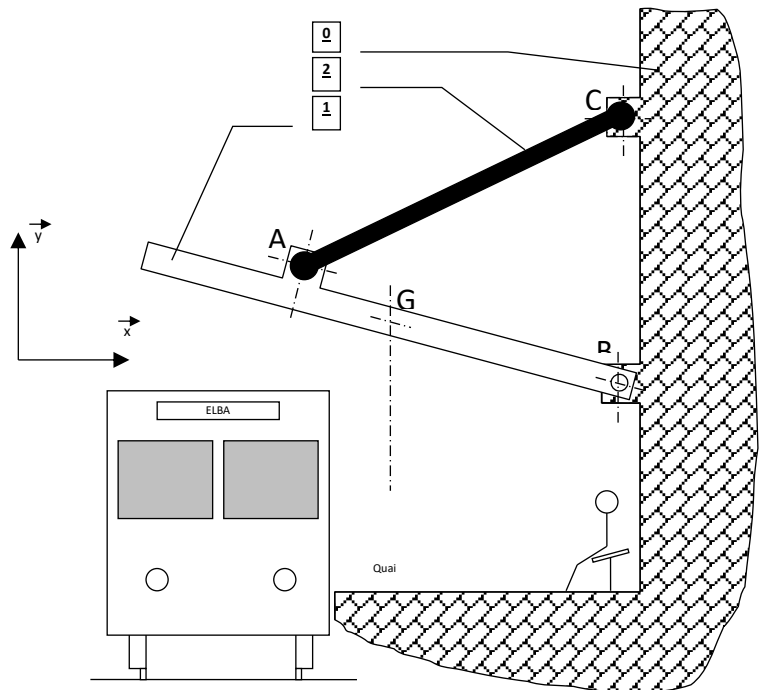
.....

4. Démarche de résolution d'un problème de statique graphique

Certaines gares de RER sont équipées d'un quai abrité par une toiture suspendue par des tirants.

La masse de la toiture 1 est de 1000 kg, on prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Donner les actions mécaniques exercées en A et B sur la toiture 1.



4.1. Etude de l'équilibre du tirant 2 :

4.1.1. Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)

On isole le tirant 2 et on liste, sous forme de tableau, toutes les actions mécaniques qui s'exercent sur lui. Ces actions peuvent être de contact (liaisons mécaniques) ou à distance (pression, champs électromagnétique, gravité...)

Dans l'exemple, les effets de l'apesanteur étant négligés, seules les actions mécaniques de liaison en A et B s'appliquent.

Action	Point	Support/Sens	Norme
$\overrightarrow{A_{1/2}}$	A
$\overrightarrow{C_{0/2}}$	C

Remarque : On réalise l'étude du tirant 2, toutes les actions mécaniques seront alors de la forme

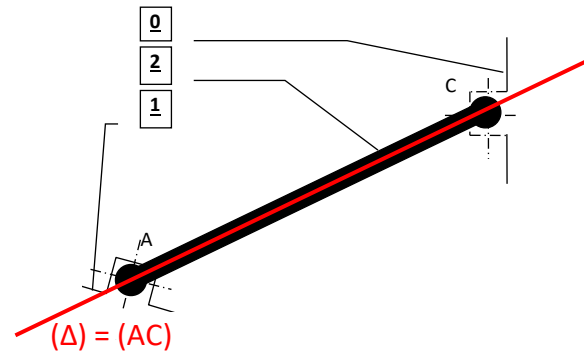
$\overrightarrow{X_{\text{élément extérieur} / 2}}$

4.1.2. PFS graphique sur le tirant 2 isolé

Le tirant **2** est soumis à On peut donc appliquer le théorème 2.2.1 du cours.

Le tirant étant à l'équilibre sous l'action de deux forces, on sait que :

- $\vec{A}_{1/2}$ et $\vec{C}_{0/2}$ ont
- $\vec{A}_{1/2}$ et $\vec{C}_{0/2}$ ont (Δ) qui est la droite reliant les points d'application des deux forces (AC),
- $\vec{A}_{1/2}$ et $\vec{C}_{0/2}$ sont
.....



On peut compléter le tableau du BAME avec les éléments déterminés :

Action	Point	Support/Sens	Norme
$\vec{A}_{1/2}$	A
$\vec{C}_{0/2}$	C

4.1. Etude de l'équilibre de la toiture 1:

4.1.1. Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)

La toiture 1 est soumise à deux actions de liaison en A avec le tirant 2 (.....) et en B avec le mur 0 (.....) ainsi qu'à l'apesanteur (.....).

D'après le théorème des actions mécaniques réciproques, on sait que

On peut donc compléter le tableau :

Action	Point	Support/Sens	Norme (N)
$\vec{A}_{2/1}$	A
$\vec{G}_{\text{terre}/1}$	G
$\vec{B}_{0/1}$	B

4.2. PFS graphique sur la toiture 1 isolée :

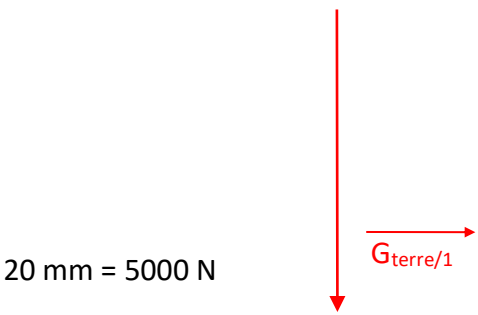
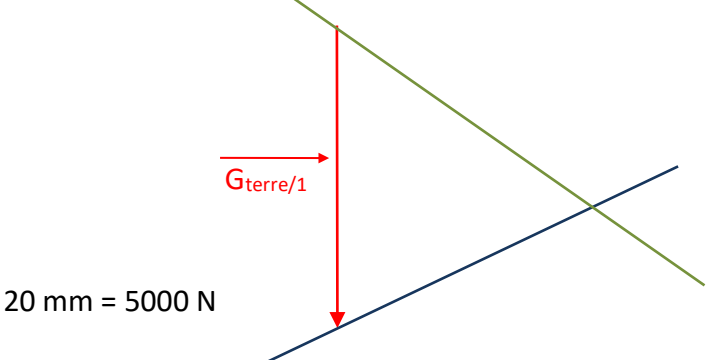
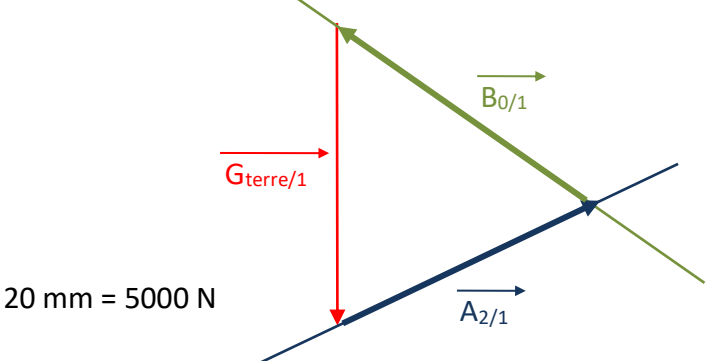
La toiture 1 est soumise à

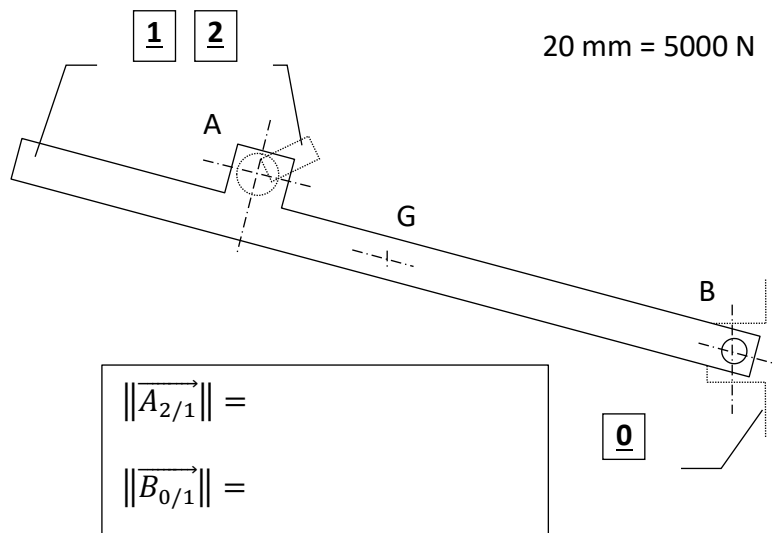
Donc on peut appliquer le théorème du cours :

- $\vec{A}_{2/1}$, $\vec{G}_{terre/1}$ et $\vec{B}_{0/1}$ sont
- $\vec{A}_{2/1}$, $\vec{G}_{terre/1}$ et $\vec{B}_{0/1}$

4.3. Construction graphique :

<p>1. Tracer les directions connues et déterminer le point de concours I.</p> <ul style="list-style-type: none"> - La direction de $\vec{A}_{2/1}$ ($\Delta_{\vec{A}_{2/1}}$) est - La direction de $\vec{G}_{terre/1}$ ($\Delta_{\vec{G}_{terre/1}}$) est <p>Le point d'intersection entre ces deux droites est le point I.</p>	
<p>2. Tracer la direction inconnue à l'aide du point de concours I.</p> <p>La direction de $\vec{B}_{0/1}$ ($\Delta_{\vec{B}_{0/1}}$) est donc</p>	

<p>3. Tracer à l'échelle la force complètement connue.</p> <p>On trace $\overrightarrow{G_{terre/1}}$: c'est un vecteur (représenté par une flèche), vertical, dirigé vers le bas et d'une longueur de</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	 <p>20 mm = 5000 N</p>
<p>4. Tracer les directions des efforts restants : une à chaque extrémité de l'effort connu :</p> <ul style="list-style-type: none"> - On trace une droite parallèle à (AC) ($\Delta_{A_2/1}$) passant par la pointe inférieure du vecteur ; - On trace une droite parallèle à (BI) ($\Delta_{B_0/1}$) passant par l'extrémité supérieure du vecteur. 	 <p>20 mm = 5000 N</p>
<p>5. Orienter les efforts afin de former le dynamique fermé, puis mesurer les efforts inconnus :</p> <ul style="list-style-type: none"> - On repasse en gras les parties des droites qui forment un triangle. - On mesure les longueurs des vecteurs ainsi obtenus. - On applique l'échelle inverse pour connaître l'intensité des efforts en N. 	 <p>20 mm = 5000 N</p>



5. Applications

5.1. Basculeur de camion benne

5.1.1. Présentation

Les camions de ramassage des ordures ménagères, sont équipés d'un système permettant de soulever puis basculer les poubelles adaptées. Ce système mécanisé permet de déverser les ordures par la trappe du camion.



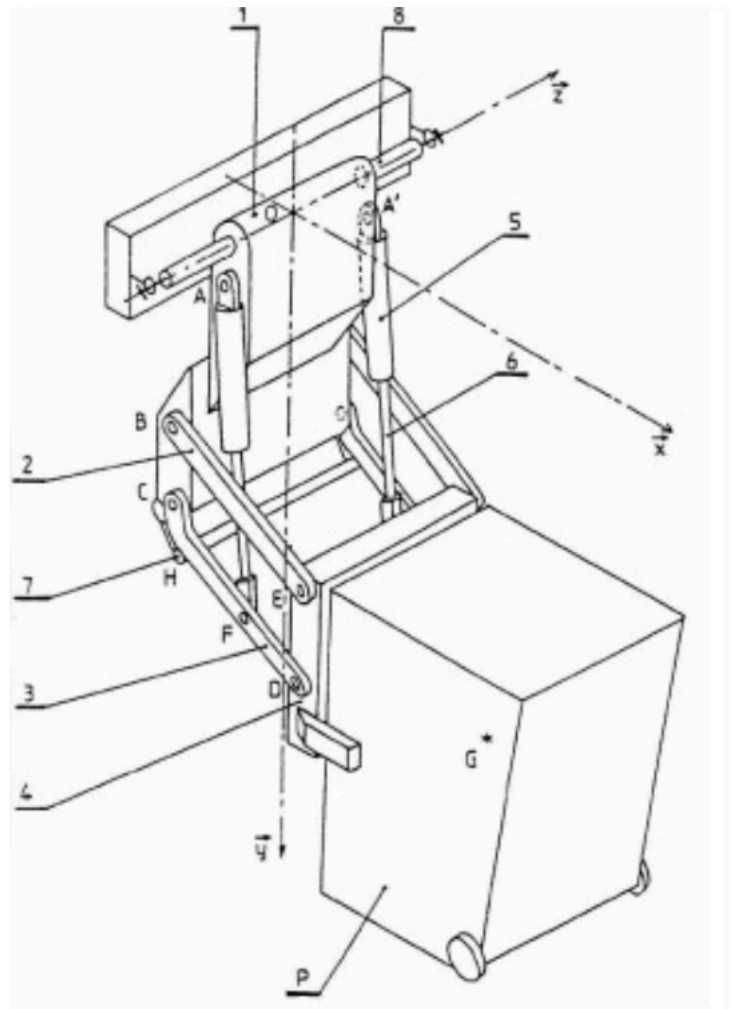
L'ensemble se compose :

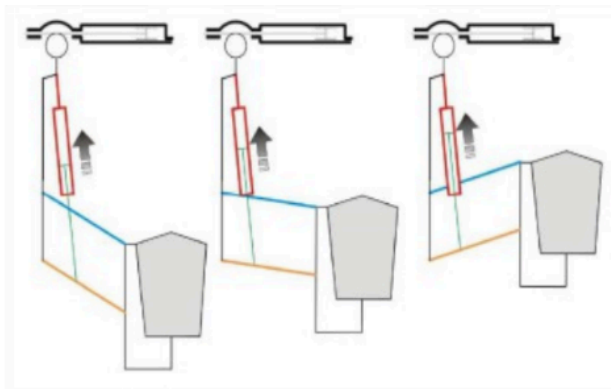
- d'un bras de basculement (1) articulé en O avec l'axe du châssis du camion (8);
- de deux leviers (2) articulés en B avec le bras (1) et en E avec le transporteur (4) ;
- de deux vérins de soulèvement de la charge, dont les corps sont articulés en A avec les bras (1) et les tiges (6) articulées en F avec les leviers (3) ;
- de deux leviers (3) articulés en C avec le bras (1), en F avec les tiges (6) et en D avec le transporteur (4) ;
 - d'un transporteur (4) articulé en E et D avec les leviers (2) et (3) ;
- d'un seul vérin rotatif (non représenté) ;
- d'une poubelle (P) de centre de gravité G et solidaire du transporteur (4).

Le fonctionnement du dispositif est le suivant :

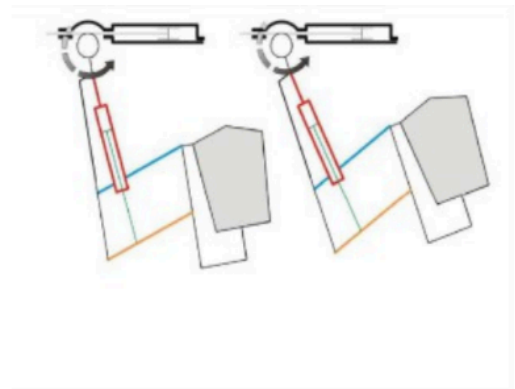
- le piston du vérin (5) provoque la translation de la tige (6) ;
- la tige (6) articulée en F provoque la rotation du levier (3) autour du point C ;
- l'élévation de la charge jusqu'à course complète du piston (tige rentrée).

L'étude porte sur le dispositif de soulèvement et doit permettre de choisir la technologie (hydraulique ou pneumatique) associée au vérin (5+6).





Phase de soulèvement



Phase de basculement

5.1.2. Données et hypothèses

- Le poids de la poubelle pleine est modélisable par un vecteur \vec{P} de norme $P=1000\text{ N}$;
- Les liaisons sont considérées comme parfaites (pas de frottement) ;
- Le poids des pièces, autres que la poubelle, seront négligés dans l'étude ;
- L'étude se fera dans le début du soulèvement de la charge.
- Le diamètre intérieur du vérin réalisant cette opération est $\varnothing = 25\text{ mm}$

5.1.3. Travail demandé

Les tracés permettant la détermination des actions mécaniques seront réalisés sur la page suivante, en précisant l'échelle utilisée.

- Q1. Isoler la bielle (2), réaliser le bilan des actions mécaniques, lui appliquer le Principe fondamental de la Statique pour en déduire la droite support des actions $\vec{C}_{5/4}$ et $\vec{E}_{4/2}$.
- Q2. En procédant de la même façon qu'à la question précédente sur l'ensemble (4), déterminer totalement l'action $\vec{D}_{3/4}$.
- Q3. Pour cette question, on considère que les pièces (5) et (6) sont immobiles l'une par rapport à l'autre. Elles forment alors l'ensemble (S). En isolant (S), déterminer les droites support des actions $\vec{A}_{1/5}$ et $\vec{F}_{3/6}$.
- Q4. Isoler la pièce qui convient et réaliser toute l'étude statique pour déterminer complètement $\vec{F}_{6/3}$.
- Q5. En déduire la pression dans le vérin.

