

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2024

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

JOUR 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

Partie sciences de l'ingénieur : durée indicative de **3 h** - Coefficient : **12**

Partie sciences physiques : durée indicative de **1 h** - Coefficient : **4**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue », est autorisé.

Chacune des parties est traitée sur des copies séparées.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 23 pages numérotées de 1/23 à 23/23.

Le candidat traite les 2 parties en suivant les consignes contenues dans le sujet.

Partie 1 - Sciences de l'ingénieur	20 points
Partie 2 - Sciences Physiques	20 points

Partie 1 : les documents réponses DR1 à DR4 (pages 17 à 19) sont à rendre avec la copie

Partie 2 : le document réponses (page 23) est à rendre avec la copie

Partie 1 : Sciences de l'ingénieur

Robot piscine Zodiac RV 5600



Constitution du sujet

- Sujet pages 2 à 16
- Documents réponses..... pages 17 à 19

Les documents réponses DR1 à DR4 (pages 17 à 19) sont à rendre avec la copie.

Partie 1 : sciences de l'ingénieur

Mise en situation

Le robot RV 5600 de l'entreprise ZODIAC, (voir figure 1), fait partie d'une gamme de robot nettoyeur de piscine télécommandable à distance et à aspiration cyclonique. Les impuretés sont aspirées par un puissant tourbillon et stockées dans le filtre du robot.



Figure 1 : RV 5600

Les figures 2 et 3 spécifient les missions et les cas d'utilisation du système.

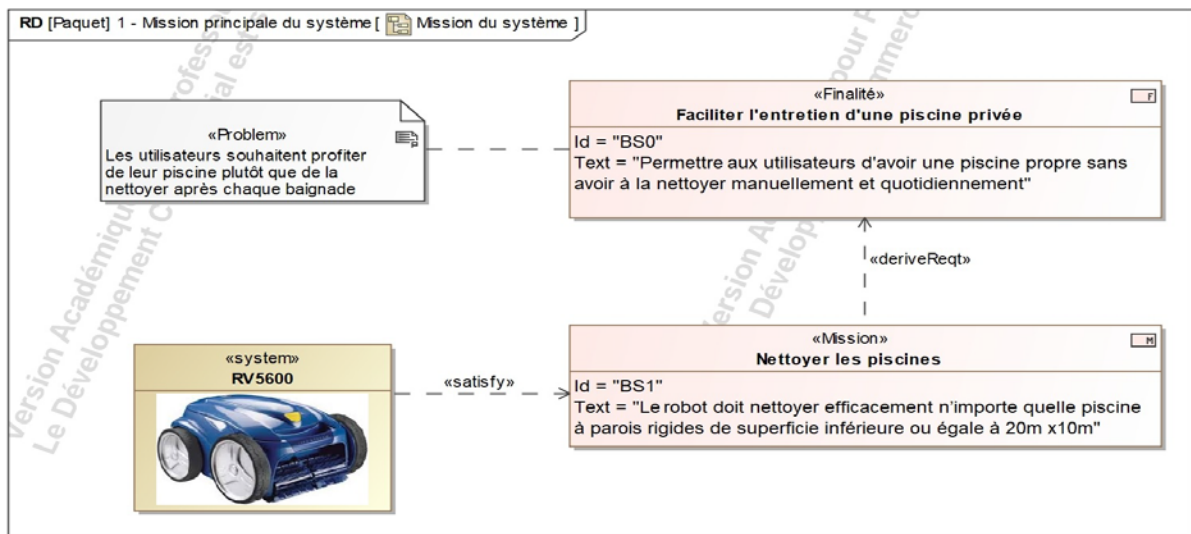


Figure 2 : missions du système

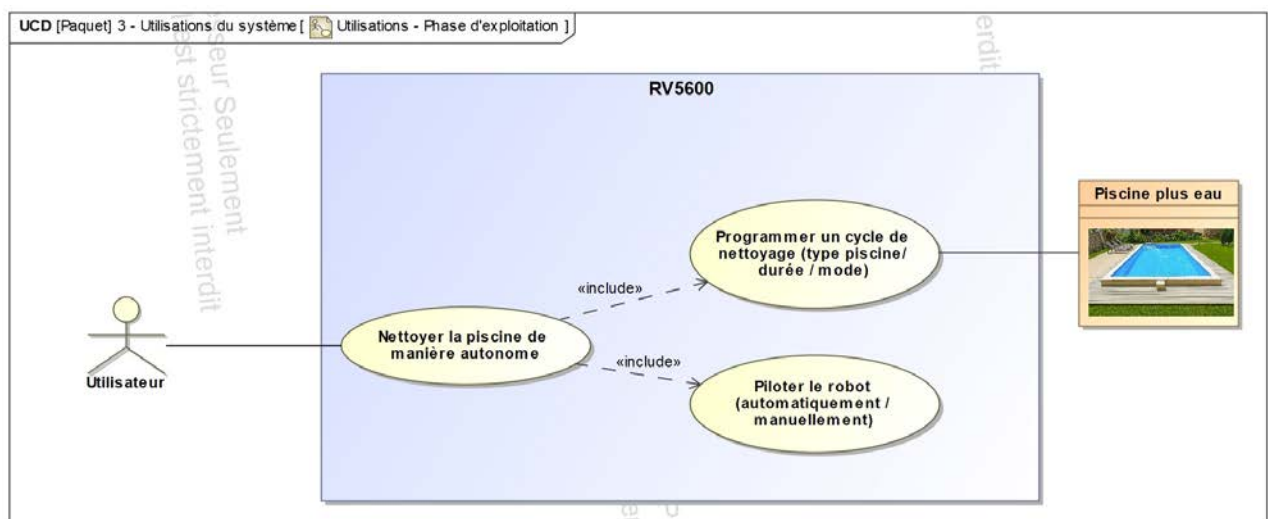


Figure 3 : diagramme des cas d'utilisation

La problématique abordée dans ce sujet est la suivante : comment le robot piscine RV 5600 nettoie-t-il efficacement toutes les piscines à parois verticales rigides de superficie inférieure ou égale à 20m x 10m ?

Sous-partie 1 : informer l'utilisateur

L'objectif est de valider les solutions d'information et de commande du robot.

Le diagramme partiel d'exigences figure 4 permet de vérifier certaines exigences de cette sous-partie.

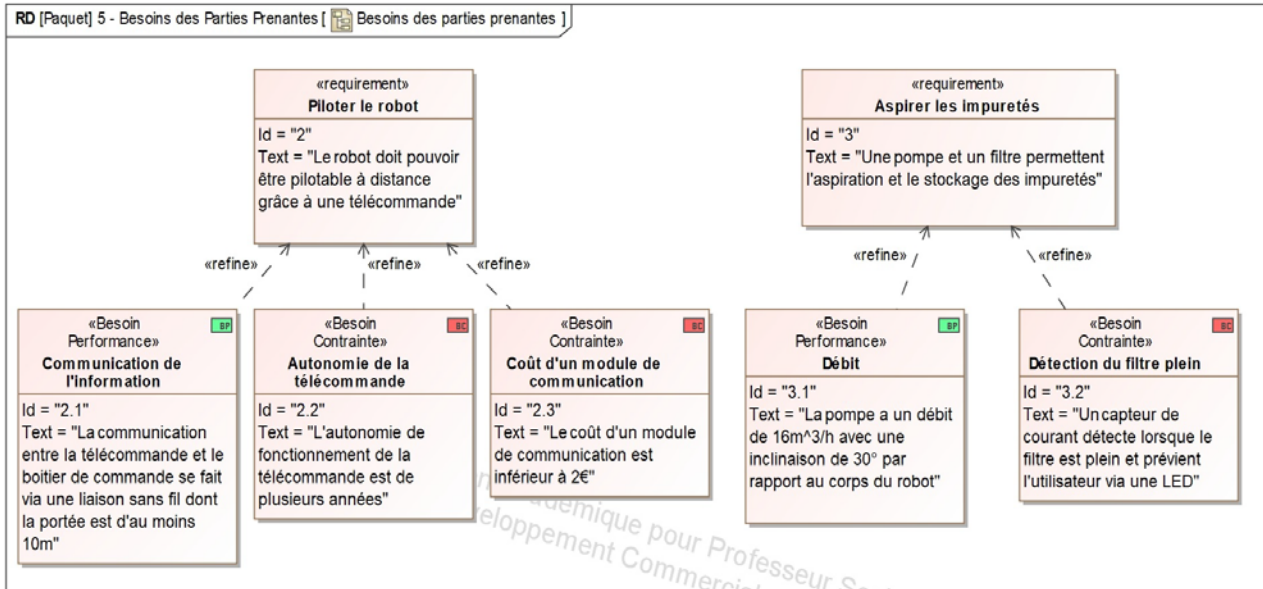


Figure 4 : diagramme partiel des exigences relatif au pilotage du robot et à l'aspiration des impuretés

Lors d'un cycle de nettoyage, le robot aspire des impuretés pouvant, avec le temps, colmater le filtre.

Cela conduit à une augmentation significative du courant consommé par le moteur électrique de la pompe.

Pour garantir l'efficacité du système d'aspiration, lorsque le courant moteur pompe atteint un certain seuil, un voyant lumineux émis par une LED (figure 5) avertit l'utilisateur sur la nécessité de procéder au nettoyage ou au remplacement du filtre.



Figure 5 : boîtier de commande avec la LED filtre plein

Les relevés de la figure 6 montrent l'évolution du courant du moteur pompe et le changement d'état de la LED.

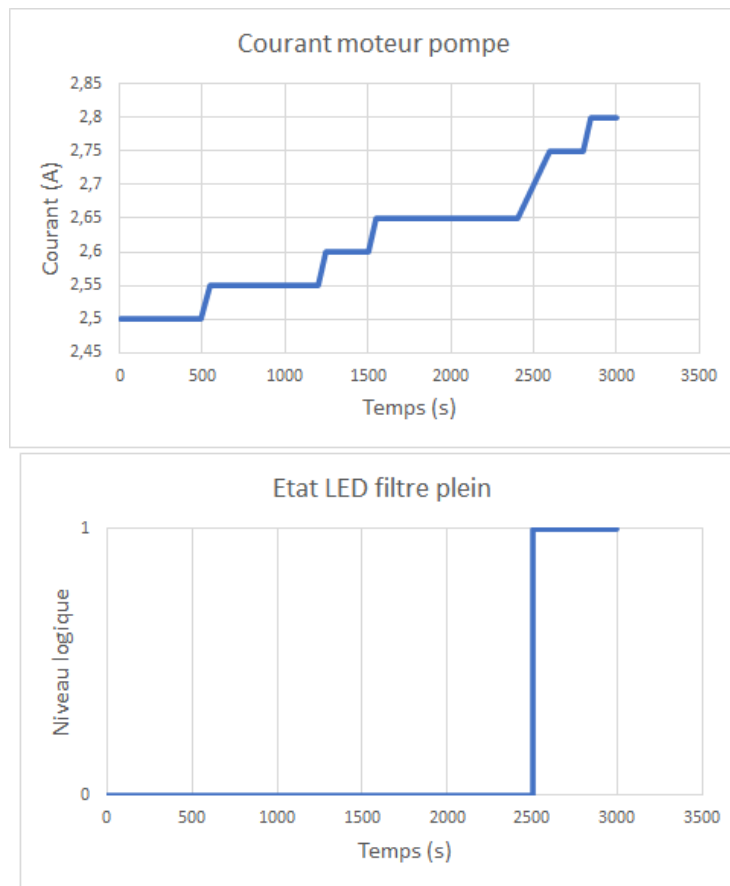


Figure 6 : mesure du courant moteur pompe et état de la LED filtre plein lors d'un nettoyage d'une piscine

Question 1.	Relever sur la figure 6 la valeur du seuil de courant I_{seuil} correspondant à la valeur du courant I_{moteur_pompe} , lorsque le filtre est plein.
Figure 6	

Le boîtier de commande est équipé d'une carte électronique (figure 7). Le courant moteur I_{moteur_pompe} est mesuré via une résistance R_{shunt} . La tension correspondante U_e est numérisée sur 10 bits par le CAN de la carte électronique avec une tension de référence (pleine échelle) de 3 V.

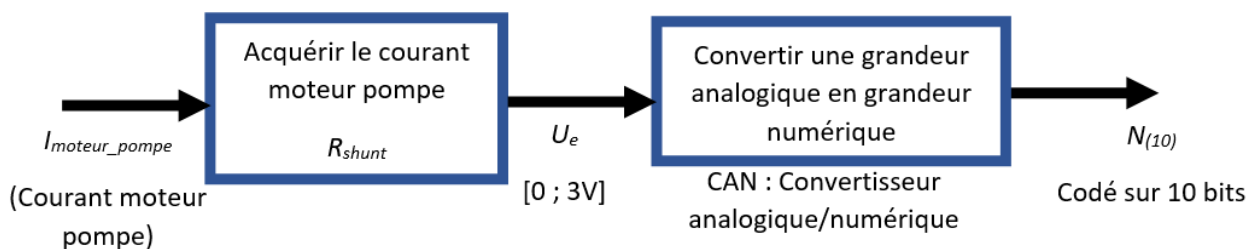


Figure 7 : chaîne d'acquisition simplifiée du courant moteur pompe

La figure 8 présente la relation entre l'évolution de tension U_e en fonction de l'intensité moteur $I_{\text{moteur_pompe}}$.

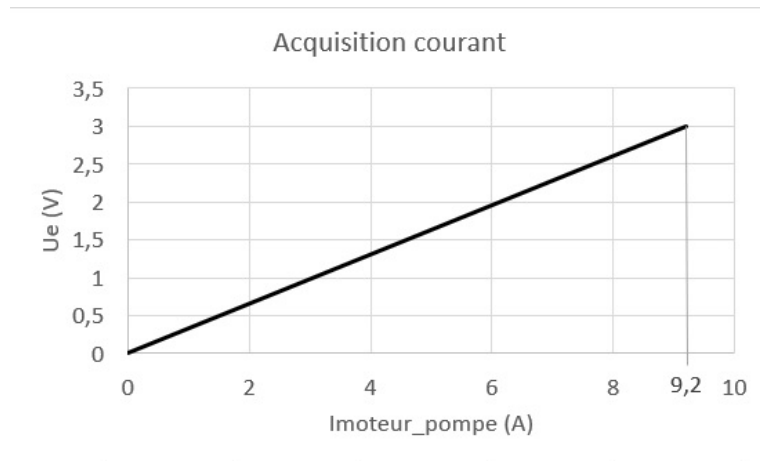


Figure 8 : courbe d'acquisition du courant moteur pompe

Question 2.	Déterminer à partir de la figure 8, la relation entre U_e et $I_{\text{moteur_pompe}}$. En déduire la valeur de R_{shunt} .
Figure 8	

Question 3.	Déterminer la relation entre $N_{(10)}$ (valeur décimale de la grandeur numérique en sortie du CAN) et U_e . En déduire la relation entre $N_{(10)}$ et $I_{\text{moteur_pompe}}$.
Figure 8	Montrer que $N_{\text{seuil}(10)} = \frac{0,326}{2,93 \cdot 10^{-3}} \cdot I_{\text{moteur_pompe}}$.

Le principe de la détection « filtre plein » est décrit ci-dessous. Lors du lancement d'un cycle de nettoyage, le moteur pompe ainsi que les deux motoréducteurs de traction sont activés.

Toutes les 5 secondes, le courant moteur de la pompe est mesuré par la carte électronique. Si la valeur numérique est supérieure ou égale à la valeur $N_{\text{seuil}(10)}$, le voyant lumineux (LED) avertit l'utilisateur. Le mode paroi est alors désactivé car la force d'aspiration devient insuffisante pour plaquer le robot contre la paroi.

Question 4.	Compléter sur le document réponse DR1, le diagramme d'états qui avertit visuellement l'utilisateur et désactive le mode paroi lorsque le filtre est plein.
DR1	

Le robot est piloté à distance via une télécommande Kinetic et ramené en bord de piscine afin de nettoyer le filtre. Cette télécommande est équipée d'un accéléromètre dont l'inclinaison permet de diriger le robot.

La communication, entre la télécommande et le boîtier de commande, s'effectue à l'aide d'une liaison sans fil de type Zigbee transmettant les ordres souhaités au boîtier de commande (figure 9). Ce dernier communique alors les ordres au robot via la liaison filaire (Bus LIN).

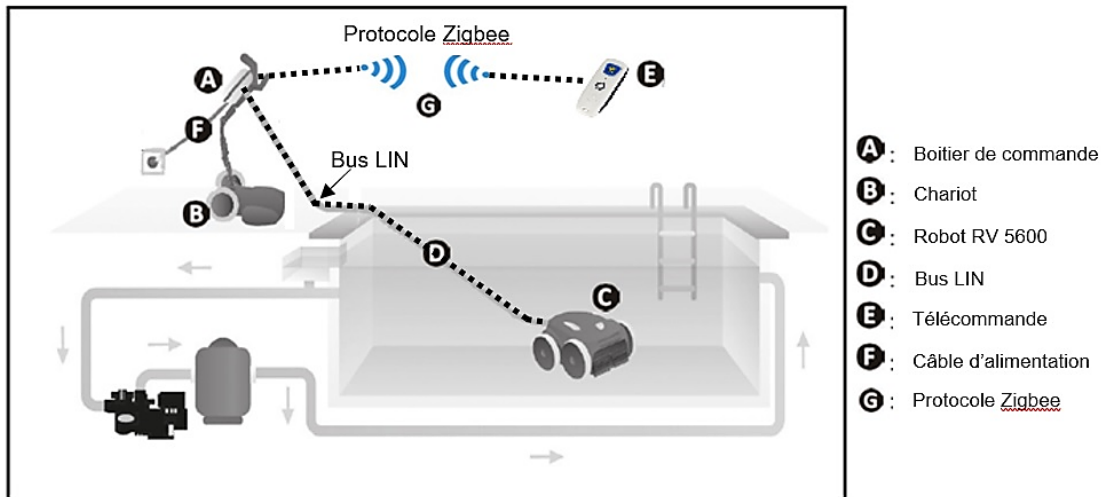


Figure 9 : schéma de principe du pilotage

Le tableau 1 présente les performances de quatre protocoles utilisés couramment.

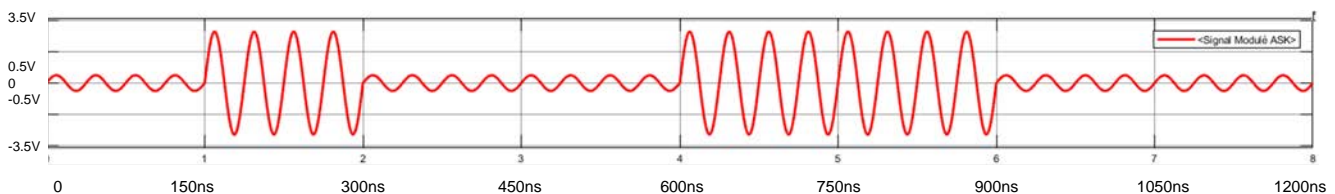
Caractéristique	Zigbee	Bluetooth Low Energy	Bluetooth	WIFI
IEEE	802.15.4		802.15.1 (BT 1.x)	802.11 a/b/g/n/ac
Besoin mémoire	4-32 ko		250 ko+	1 Mo+
Autonomie avec pile	Années	Années	Mois	Jours
Nombre de nœuds	65000+	Illimité	255	256+
Vitesse de transfert	20-250 kb/s	1 Mb/s	1-3 Mb/s	11-54-108-320-1000Mb/s
Portée (environ)	12 m	10m	10m	10m (802,11a) >300m (802,11b)
Coût (estimé)	1 €	4 €	4 €	5 €

Tableau 1 : tableau comparatif de trois protocoles par rapport à Zigbee

Question 5.	Justifier , au regard des données techniques et des exigences, le choix de ce type de liaison sans fil de type zigbee.
Tableau 1 et figure 4	

Lors de l'envoi d'un message de la télécommande vers le robot, une trame a été capturée par expérimentation. L'octet correspondant aux données (DATA) a été isolé et représenté figure 10. L'envoi d'un bit se fait sur un intervalle de temps de 150 ns.

Le niveau logique haut (1) correspond au signal sinusoïdal de plus forte amplitude et le niveau logique bas (0) correspond au signal sinusoïdal de plus faible amplitude.



bit de poids faible

bit de poids fort

Figure 10 : octet DATA issu de la trame ASK (modulation d'amplitude) envoyée par la télécommande Kinétic

Le robot est équipé de deux motoréducteurs identiques. Un motoréducteur transmet la puissance aux roues avant et arrière sur le flanc gauche et l'autre motoréducteur, aux roues avant et arrière sur le flanc droit.

Ordre télécommande	Données associées en Hexadécimal <i>(0x1A signifie 1A en hexadécimal)</i>	Caractéristiques de fonctionnement
Marche avant	0x32	Moteurs gauche et droit en sens horaire à 80 % de la vitesse maximale
Marche arrière	0x33	Moteurs gauche et droit en sens anti-horaire à 60 % de la vitesse maximale
Tourner à gauche	0x34	Moteur gauche à l'arrêt et moteur droit en sens horaire à 50 % de la vitesse maximale
Tourner à droite	0x35	Moteur gauche en sens horaire à 50 % de la vitesse maximale et moteur droit à l'arrêt

Tableau 2 : tableau de correspondance commande Zigbee

Exemple de lecture des données :

Les instructions Python associées aux commandes des moteurs sont *RV5600.Left_traction_motor (XX,YY)* et *RV5600.Right_traction_motor (XX,YY)* avec les deux arguments suivants :

- XX correspond au pourcentage de la vitesse maximale de rotation des roues ;
- YY correspond au sens de rotation des roues
 - 1 , rotation dans le sens horaire ;
 - 1, rotation dans le sens anti-horaire ;
 - 0 , roues à l'arrêt.

Question 6.	À partir de l'extrait de trame figure 10 et du tableau 2 de correspondance, déterminer quelle commande a été envoyée au robot depuis la télécommande.
Figure 10 et tableau 2	

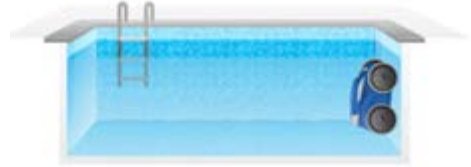
Question 7.	Proposer sur le DR2 les commentaires des lignes 18 à 21 du code Python. Compléter ensuite le script Python des lignes 22 à 26, permettant de commander le robot en marche avant à partir de la télécommande Kinétic.
DR2	

Question 8.	Conclure sur le DR3 quant au respect des exigences concernant la détection filtre plein et le pilotage du robot via la télécommande.
Figure 4 et DR3	

Sous-partie 2 : garantir le déplacement du robot sur une paroi verticale

L'objectif est de s'assurer que la chaîne de puissance permet un déplacement sur une paroi verticale.

Le déplacement du robot sur une paroi verticale d'une piscine est le cas le plus contraignant pour la motorisation.



La figure 11 définit les exigences partielles relatives aux déplacements du robot.

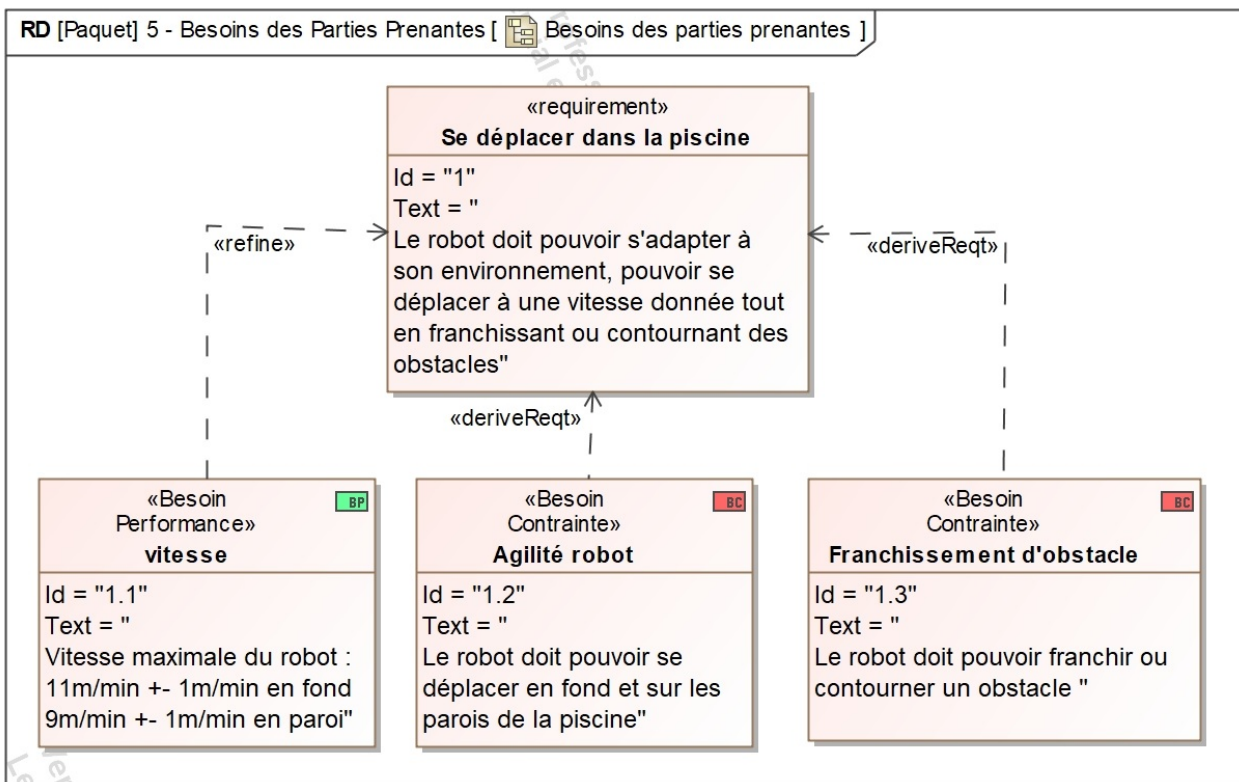


Figure 11 : diagramme partiel des exigences relatif au déplacement du robot

Le robot RV 5600 possède quatre roues motrices entraînées par deux motoréducteurs identiques. Un motoréducteur transmet la puissance aux roues avant et arrière sur le flanc gauche et l'autre motoréducteur, aux roues avant et arrière sur le flanc droit. La chaîne de puissance correspondant au diagramme de bloc interne du motoréducteur droit est présentée sur le document réponse DR4. La tension et le courant du motoréducteur est noté U_{motd} et I_{motd} .

Question 9.	Compléter le document réponse DR4 en indiquant les différentes grandeurs de flux et d'efforts avec leurs unités.
DR4	

Afin de dimensionner le couple en sortie du motoréducteur, une étude dynamique doit être réalisée. Les hypothèses simplificatrices de modélisation sont les suivantes :

- le robot se déplace à vitesse constante le long de la paroi ;
- le modèle proposé pour le robot (figure 12) présente une symétrie de géométrie et d'efforts suivant le plan médian (G, \vec{x}, \vec{z}) lors du déplacement du robot sur une paroi verticale de la piscine ;
- les efforts au niveau des deux roues avant seront modélisés dans le plan médian au niveau du point A, les efforts au niveau des deux roues arrière seront modélisés dans le plan médian au niveau du point B ;
- les roues roulent sans glisser sur la paroi verticale ;
- les actions de résistance au roulement sont négligées ;
- la masse du système isolé (ensemble constitué des 4 roues, du châssis et des motorisations droite et gauche), $M_r = 10,1 \text{ kg}$;
- l'accélération de la pesanteur, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- les actions mécaniques extérieures appliquées sur le système isolé sont
 - \vec{F}_{m1} , action de contact de la paroi sur le robot appliqué au point A avec $F_{m1} = \|\vec{F}_{m1}\|$,
 - \vec{F}_{m2} , action de contact de la paroi sur le robot appliquée au point B avec $F_{m2} = \|\vec{F}_{m2}\|$,
 - \vec{P} , action de la pesanteur sur le robot appliquée au centre de gravité G,
 - \vec{F}_{ej} , action de l'éjection de l'eau appliquée au point C : $F_{ej} = \|\vec{F}_{ej}\| = 20 \text{ N}$,
 - \vec{F}_{arch} , action de la poussée d'Archimède appliquée au point G : $F_{arch} = \|\vec{F}_{arch}\| = 90 \text{ N}$,
 - \vec{F}_{dep} , action due à la dépression appliquée au point G : $F_{dep} = \|\vec{F}_{dep}\| = 31 \text{ N}$,
 - \vec{F}_{brosse} , action du mur due aux frottements des brosses appliquée au point B
 $F_{brosse} = \|\vec{F}_{brosse}\| = 20 \text{ N}$,
 - $\vec{F}_{trainée}$, action due à la résistance à l'avancement appliquée au point G
 $F_{trainée} = \|\vec{F}_{trainée}\| = 7 \text{ N}$.

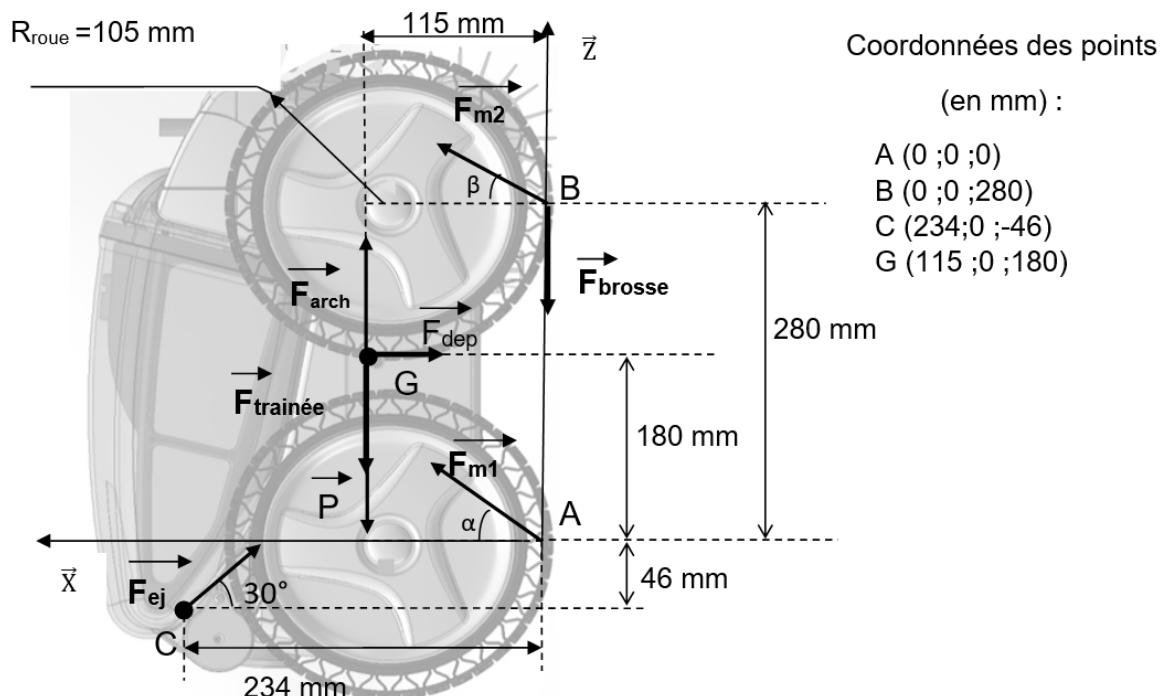


Figure 12 : modélisation des actions mécaniques extérieures exercées sur le robot dans le plan (A, \vec{x}, \vec{z})

Question 10.	Montrer , en appliquant le théorème de la résultante dynamique, les équations scalaires suivantes :
Figure 12	<p>Équation 1 sur Z :</p> $F_{m1} \cdot \sin \alpha + F_{m2} \cdot \sin \beta - M_r \cdot g - F_{\text{trainée}} + F_{ej} \cdot \sin(30^\circ) + F_{\text{arch}} - F_{\text{brosse}} = 0$ <p>Équation 2 sur X :</p> $F_{m1} \cdot \cos \alpha + F_{m2} \cdot \cos \beta - F_{ej} \cdot \cos(30^\circ) - F_{\text{dep}} = 0$

Question 11.	Montrer , en appliquant le théorème du moment dynamique au point B, l'équation scalaire suivante :
Figure 12	<p>Équation 3 sur Y :</p> $115 \cdot M_r \cdot g + 100 \cdot F_{\text{dep}} + 115 \cdot F_{\text{trainée}} - 115 \cdot F_{\text{arch}} - 280 \cdot F_{m1} \cdot \cos \alpha + 326 \cdot F_{ej} \cdot \cos(30^\circ) - 234 \cdot F_{ej} \cdot \sin(30^\circ) = 0$

L'étude est menée à la limite du glissement au niveau de la roue arrière dans le cas le plus défavorable (paroi sale, algues), avec $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 25^\circ$ pour un coefficient de frottement $f = 0,57$.

Les projections sur l'axe \vec{z} des actions \vec{F}_{m1} et \vec{F}_{m2} correspondent aux actions tangentielles en A et B au niveau du contact des roues avec la paroi. Elles sont notées respectivement F_{m1z} et F_{m2z} .

Les trois équations obtenues permettent de déterminer les actions tangentielles au niveau du contact des roues avec la paroi dans le cas limite. Ainsi les valeurs des actions tangentielles sont égales à $F_{m1z} = 17 \text{ N}$ et $F_{m2z} = 9 \text{ N}$ pour les deux motorisations droite et gauche.

La chaîne de puissance du flanc droit est représentée en figure 13 :

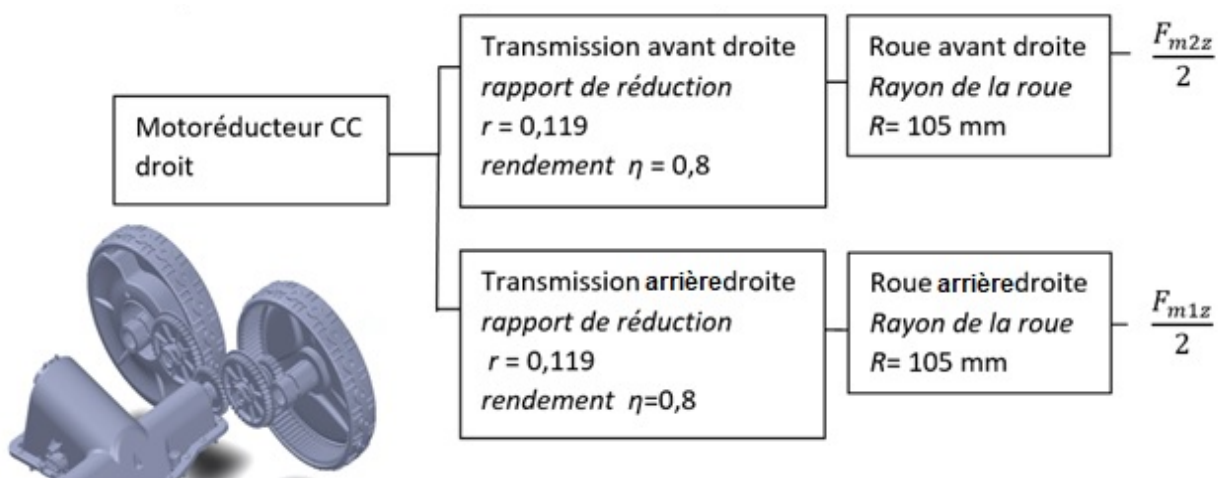


Figure 13 : chaîne partielle de puissance du flanc droit

Question 12. **Vérifier** que le couple C_m en sortie du motoréducteur droit a une valeur proche de 0,2 N·m.
 Figure 13

Un modèle multiphysique, présenté en figure 14, est élaboré pour simuler le comportement du robot. Afin de valider ce modèle, les résultats issus de l'expérimentation sont comparés avec ceux issus du modèle.

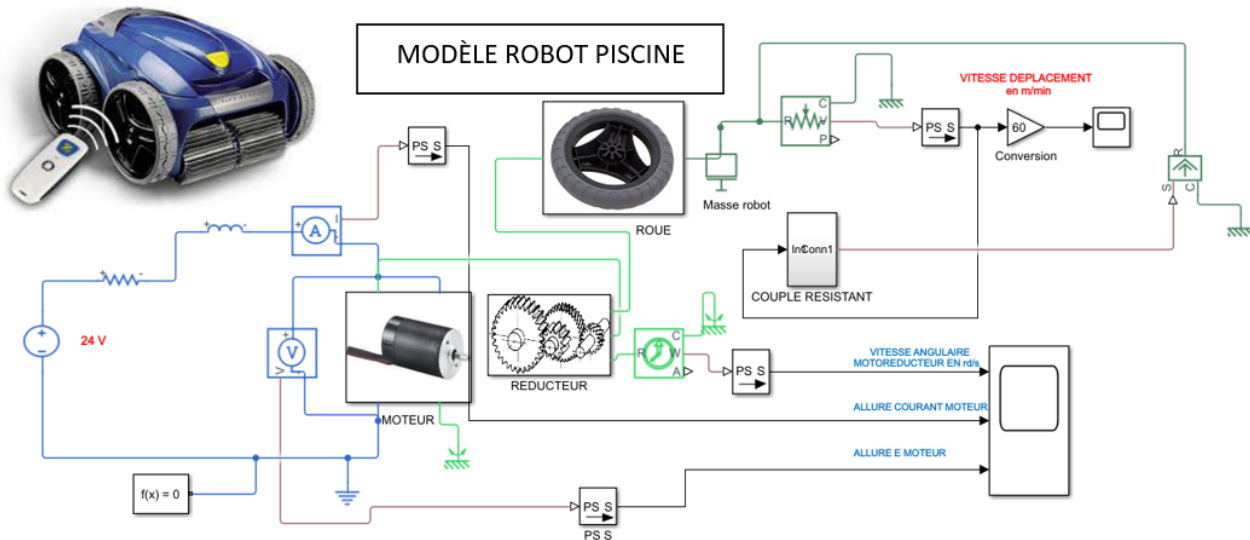


Figure 14 : modèle multiphysique de la chaîne de puissance

Des mesures expérimentales en piscine ont permis de relever le courant consommé par un motoréducteur. Ces mesures ont été réalisées lors de la montée du robot sur une paroi verticale à vitesse constante dans les mêmes conditions que l'étude précédente. Les courbes du courant absorbé issues du modèle multiphysique et de l'expérimentation sont fournies figure 15. Les caractéristiques du motoréducteur sont données figure 16.

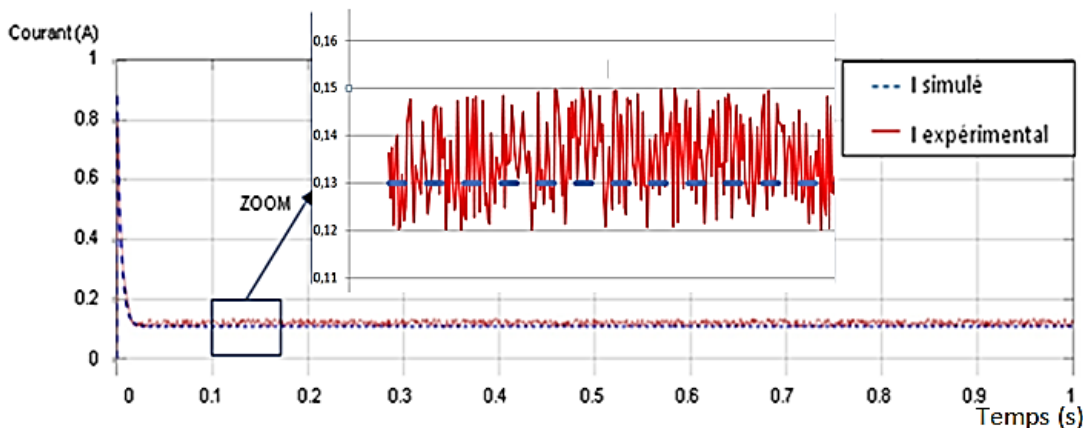


Figure 15 : courbes des courants expérimentaux et simulés pour un motoréducteur

Données techniques motoréducteur :

R_m (induit) = 26.8 Ω	$K_c = 1,55 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$	$K_e = 1,55 \text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
Conditions nominales :	$N_m = 112 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$	$C_m = 220 \text{ mN}\cdot\text{m}$
	$P_u = 2,6 \text{ W}$	
	$U_{\text{nominal}} = 24 \text{ V}$	

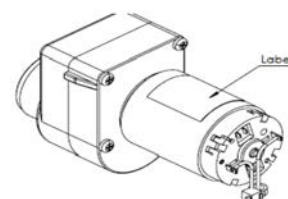


Figure 16 : caractéristiques du motoréducteur

Question 13.	<p>Relever sur la figure 15 les valeurs du courant consommé en régime permanent dans les cas de l'expérimentation (valeur moyenne de $I_{\text{expérimental}}$) et du modèle multiphysique ($I_{\text{simulé}}$).</p> <p>Le modèle est considéré valide si l'écart relatif entre ces deux valeurs est inférieur à 10 %. Conclure.</p>
Figure 15	

Question 14	<p>Retrouver la valeur du couple moteur C_{m_simu} à partir de la courbe simulée et comparer à la valeur C_m déterminée précédemment.</p>
Figure 15 et 16	
Question 12 et 13	

La courbe de vitesse angulaire de l'arbre de sortie du motoréducteur issue du modèle multiphysique est représentée figure 17.

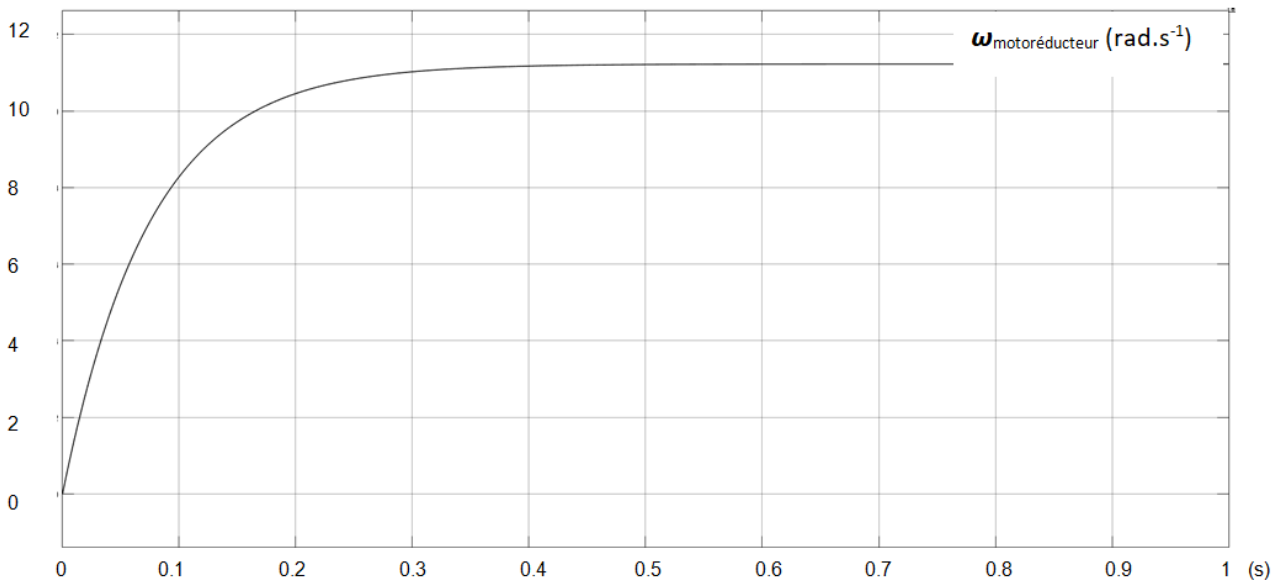


Figure 17 : relevé de la vitesse angulaire de l'arbre de sortie du motoréducteur

Question.15	<p>À partir des figures 17 et 13, déterminer la vitesse de déplacement V_{robot} du robot en $\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$ en régime établi.</p> <p>Conclure quant au respect de l'exigence 1.1, figure 11.</p>
Figures 11, 13 et 17	

Sous-partie 3 : assurer l'autonomie énergétique du robot

L'objectif est de valider la performance d'autonomie énergétique exigée du robot.

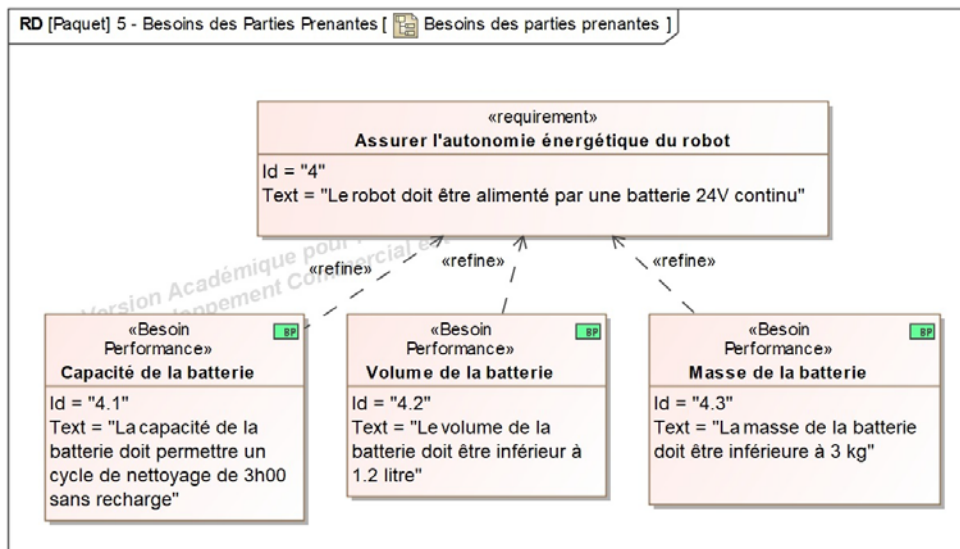


Figure 18 : diagramme partiel des exigences relatif à l'autonomie énergétique du robot

Un essai dans une piscine sur un parcours type constitué de 6 phases, d'une durée totale de 2 minutes est défini ci-dessous :

- Phase 1 : 0 à 40 s fond de la piscine marche avant ;
- Phase 2 : 40 à 50 s montée paroi ;
- Phase 3 : 50 à 60 s descente paroi ;
- Phase 4 : 60 à 64 s fond de la piscine marche arrière ;
- Phase 5 : 64 à 68 s fond de la piscine rotation droite 90° ;
- Phase 6 : 68 à 120 s fond de la piscine marche avant.

Une représentation simplifiée de la puissance électrique consommée par les moteurs du robot, lors de cet essai, est donnée figure 19.

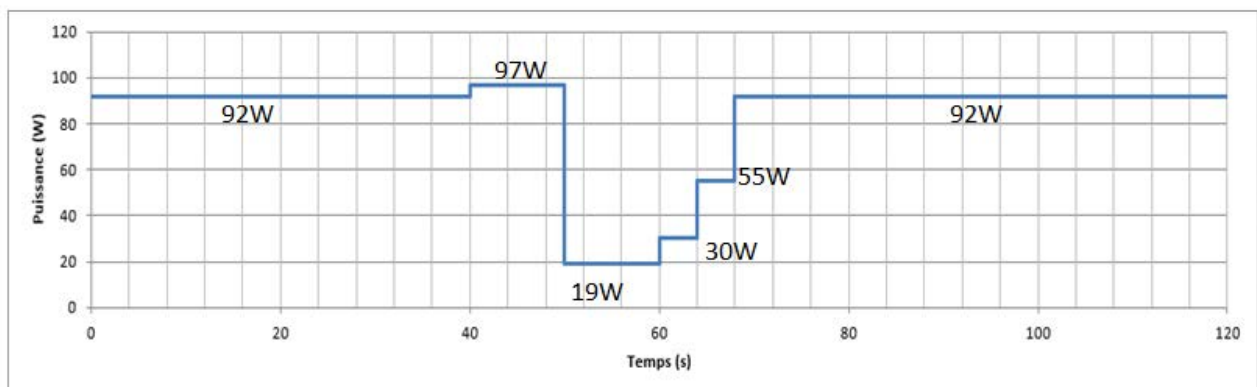


Figure 19 : relevé des puissances électriques consommées par les motorisations du robot lors des différentes phases

Question 16	À partir de la figure 19, calculer l'énergie électrique W_{moteurs} consommée en Joule puis en W.h (rappel $1\text{J} = 1\text{ W.s}$) par les moteurs de propulsion et de pompe sur un parcours type.
Figure 19	

Sur un parcours type de 2 minutes, les composants électroniques consomment un courant moyen de 0,5 A sous une tension d'alimentation de 5 V.

Question 17	Calculer l'énergie électrique $W_{\text{électronique}}$ consommée en Joule puis en W.h par les composants électroniques sur un parcours type.
	En déduire l'énergie électrique W_{cycle} consommée pour un cycle.

Un cycle de nettoyage est constitué d'une succession de parcours types.

Le robot est alimenté par une batterie de tension nominale $U_{\text{batterie}} = 24\text{ V}$.

Afin d'optimiser la durée de vie de la batterie, il est préconisé de ne pas décharger la batterie au-delà de 80 % (profondeur de décharge) de sa capacité nominale de charge.

Question 18	Déterminer l'énergie minimale W_{batterie} de la batterie en W.h satisfaisant l'exigence 4.1 (figure 18). En tenant compte de la profondeur de décharge de la batterie, en déduire sa capacité minimale Q_{batterie} en A.h.
Figure 18	

Le constructeur a choisi la technologie Lithium-ion pour sa durée de vie élevée (> 500 cycles) ainsi que sa grande énergie massique et volumique.

Les caractéristiques d'un module lithium-ion sont présentées dans le tableau 3.

Énergie massique ($\text{W}\cdot\text{h}\cdot\text{kg}^{-1}$)	Énergie volumique ($\text{W}\cdot\text{h}\cdot\text{L}^{-1}$)	Durée de vie : nombre de cycles (charge / décharge)	Profondeur de décharge (DOD)	Tension nominale d'un module	Capacité nominale d'un module
120	300	800	80 %	3,6 V	3,4 A.h

Tableau 3 : caractéristiques d'un module de batterie lithium-ion

Les règles d'association de modules de batteries sont rappelées sur la figure 20.

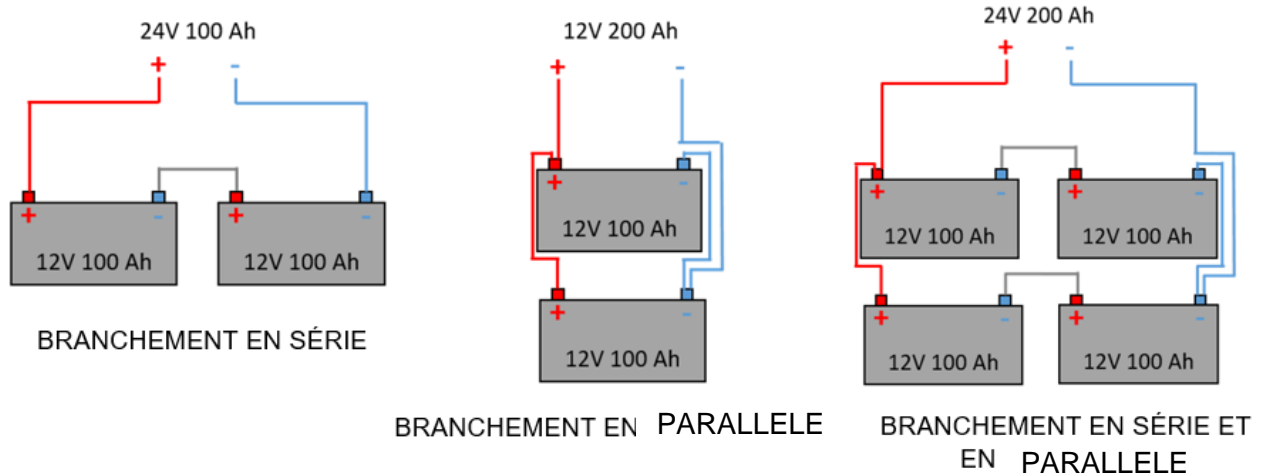


Figure 20 : associations possibles de modules de batteries (exemple donné pour un module 12 V et 100 A·h)

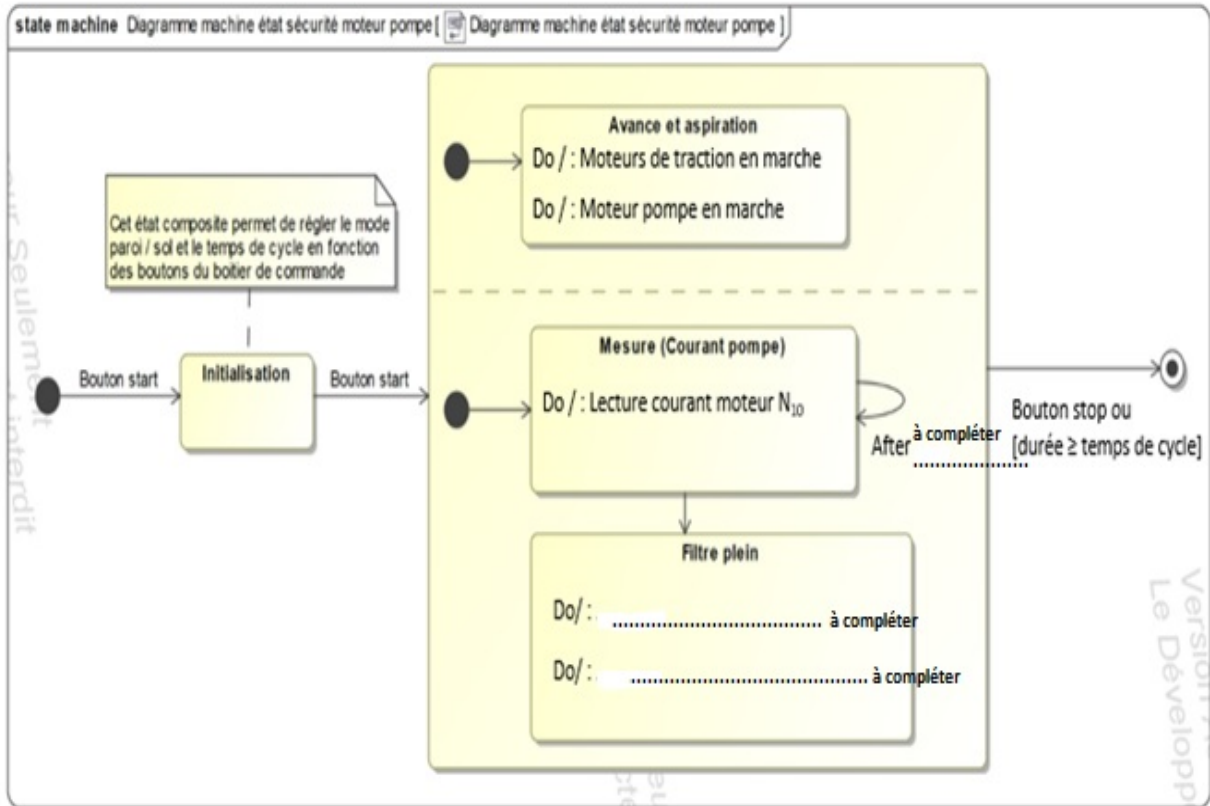
Quelle que soit la valeur trouvée à la question 18, la capacité minimale de la batterie est prise égale à $Q_{\text{minimal_batterie}} = 13,5 \text{ A}\cdot\text{h}$ avec une tension nominale $U_{\text{batterie}} = 24 \text{ V}$.

Question 19	Proposer une association de modules permettant de réaliser la batterie souhaitée. Déterminer le nombre nécessaire de modules.
Tableau 3 Figure 20	Montrer qu'il est possible de stocker $343 \text{ W}\cdot\text{h}$ dans cette batterie

Question 20	À partir du tableau 3, déterminer la masse en kg et le volume en litres de cette batterie. Conclure quant au respect des exigences 4.2 et 4.3 données dans le diagramme de la figure 18.
Tableau 3 Figure 18	

Document réponse DR1

Question 4 :



Document réponse DR2

Question 7 :

```
1 import zigbee # Importation de la librairie Zigbee
2 From RV5600 import* # Importation de la librairie RV5600
3
4 """ Initialisation """
5 RV5600.pump_motor (0,0) # Arrêt du moteur pompe
6 RV5600.Left_traction_motor (0,0) # Arrêt du moteur traction gauche
7 RV5600.Right_traction_motor (0,0) # Arrêt du moteur traction droit
8 RV5600.State_LED = 0 # Désactivation de la led
9 RV5600.Wall_mode = 0 # Désactivation du mode paroi
10
11 # Instantiate a Zigbee device object.
12 device = ZigBeeDevice("COM1", 9600)
13 device.open()
14
15 # Read data.
16 xbee_msg = device.read_expl_data() # Stocke dans xbee_msg les données lues
17 # via la liaison Zigbee
18 if xbee_msg == 0x33 : #..... à compléter
19     RV5600.Left_traction_motor (60,-1) #..... à compléter
20
21     RV5600.Right_traction_motor (60,-1) #..... à compléter
22 elif xbee_msg == ..... # à compléter
23
24     RV5600.Left_traction_motor ..... # à compléter
25
26     RV5600.Right_traction_motor ..... # à compléter
27
28 elif xbee_msg == 0x35 :
29     RV5600.Left_traction_motor (50,1) # Activation du moteur gauche avec une PWM
30     # à 50% et rotation marche avant
31     RV5600.Right_traction_motor (0,0) # Arrêt du moteur droit
32 elif xbee_msg == 0x34 :
33     RV5600.Left_traction_motor (0,0)
34     RV5600.Right_traction_motor (50,1)
```

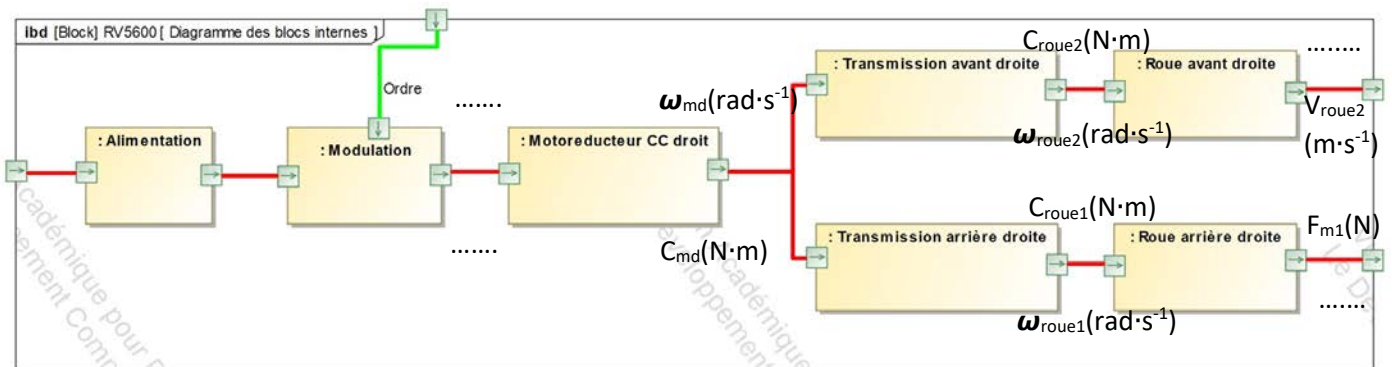

Document réponse DR3

Question 8 :

Exigences	Valeur et/ou niveau attendus	Valeur et/ou solutions trouvées	Validité	Justification
Portée communication				
Autonomie avec pile				
Coût module				
Détection filtre plein				

Document réponse : DR4

Question 9 :

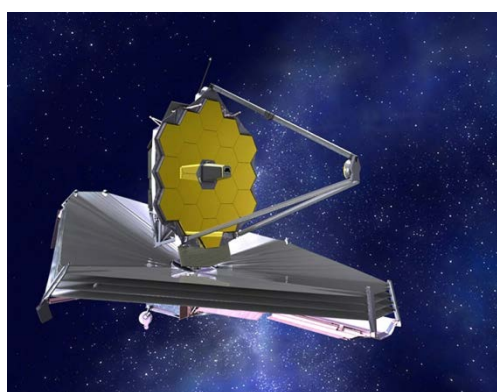


Partie 2 : Sciences physiques

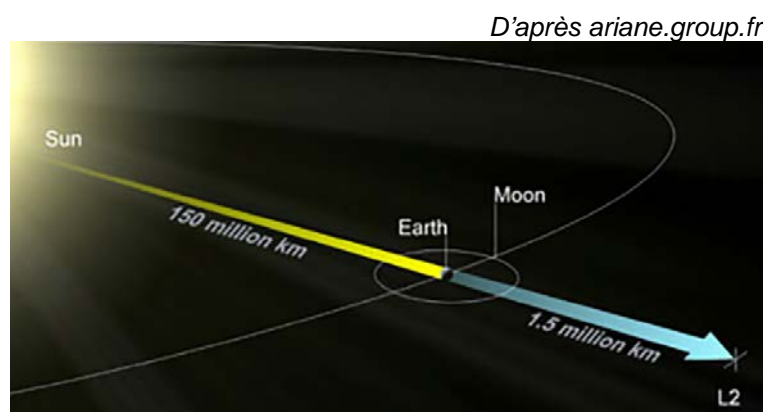
EXERCICE A – Mouvement du télescope James-Webb dans un champ de gravitation

Le télescope spatial James-Webb, lancé par Ariane 5 le 25 décembre 2021, stationne au point de Lagrange L_2 pour effectuer sa mission d'observation de l'espace lointain. L_2 est situé à environ 1,5 million de km de la Terre, soit à 1 % seulement de la distance Soleil-Terre. C'est un bon emplacement pour un observatoire de l'espace lointain comme l'est James-Webb.

L_2 est l'un des cinq points remarquables du système Soleil-Terre. Tout objet de faible masse qui s'y trouve garde sa position relative par rapport à la Terre et au Soleil en dehors de toute perturbation. Cet alignement assure au télescope de demeurer dans l'ombre portée de la Terre et donc à l'abri du rayonnement thermique du Soleil.



Télescope James-Webb



Position du point L_2 par rapport à la Terre et au Soleil

D'après ariane.group.fr

Données :

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

Masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$

Masse de James-Webb : $m = 6 \times 10^3 \text{ kg}$

Distance moyenne Soleil James-Webb : $D = 1,51 \times 10^{11} \text{ m}$

Distance moyenne Terre James-Webb : $d = 1,50 \times 10^9 \text{ m}$

Durée d'une année terrestre : 365,24 jours

On étudie le système {télescope James-Webb}, représenté par le point J, dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen. Il subit simultanément l'interaction gravitationnelle du Soleil et celle de la Terre. Son mouvement est considéré ici comme circulaire, comme l'est celui de la Terre.

1. Positionner, sans souci d'échelle, sur le schéma du **DOCUMENT-RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE**, la base de Frenet au point L_2 ainsi que les forces gravitationnelles exercées par le Soleil S sur J, $\vec{F}_{S/J}$, et par la Terre T sur J, $\vec{F}_{T/J}$

2. À partir de la deuxième loi de Newton, montrer que dans l'approximation d'une trajectoire circulaire, le mouvement de J est uniforme.

3. Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v de J dans le référentiel héliocentrique

$$\text{est : } v = \sqrt{D \times G \times \left(\frac{M_T}{d^2} + \frac{M_S}{D^2} \right)}.$$

La valeur v de la vitesse du télescope est d'environ $30 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ (proche de celle de la Terre).

4. Établir l'expression de la période de révolution T du télescope spatial James-Webb en fonction de D et v .

5. Calculer la période de révolution T du télescope, exprimée en jours. Conclure en commentant « l'alignement » du télescope.

EXERCICE B – Évolution de la température dans une bouteille isotherme

« Une bouteille isotherme est bien utile en milieu froid, en montagne par exemple. Cela permet de se réchauffer, de conserver de l'eau chaude pour un repas ultérieur. . Le matin par exemple, il peut être inutile de rallumer le réchaud, si la veille, on a fait chauffer l'eau pour le lendemain". ».

D'après <https://www.expemag.com/article/hydratation/test-thermos>

On modélise l'évolution de la température à l'intérieur d'une bouteille isotherme en fonction du temps, sachant qu'on verse de l'eau à 92 °C dans la bouteille isotherme, puis qu'on place la bouteille dans une pièce de température constante à $T_{ext} = 12 \text{ °C}$. On mesure au cours du temps avec une sonde thermométrique la température de l'eau sans ouvrir la bouteille.

1. Citer les trois modes de transfert thermique.

2. Indiquer le mode du transfert thermique à travers la paroi de la bouteille et son sens.

On suppose que l'équation différentielle suivante modélise l'évolution de la température $T(t)$ de l'eau à l'intérieur de la bouteille isotherme en fonction du temps :

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} (T_{ext} - T(t))$$

3. Déterminer la dimension de la constante τ en la justifiant.

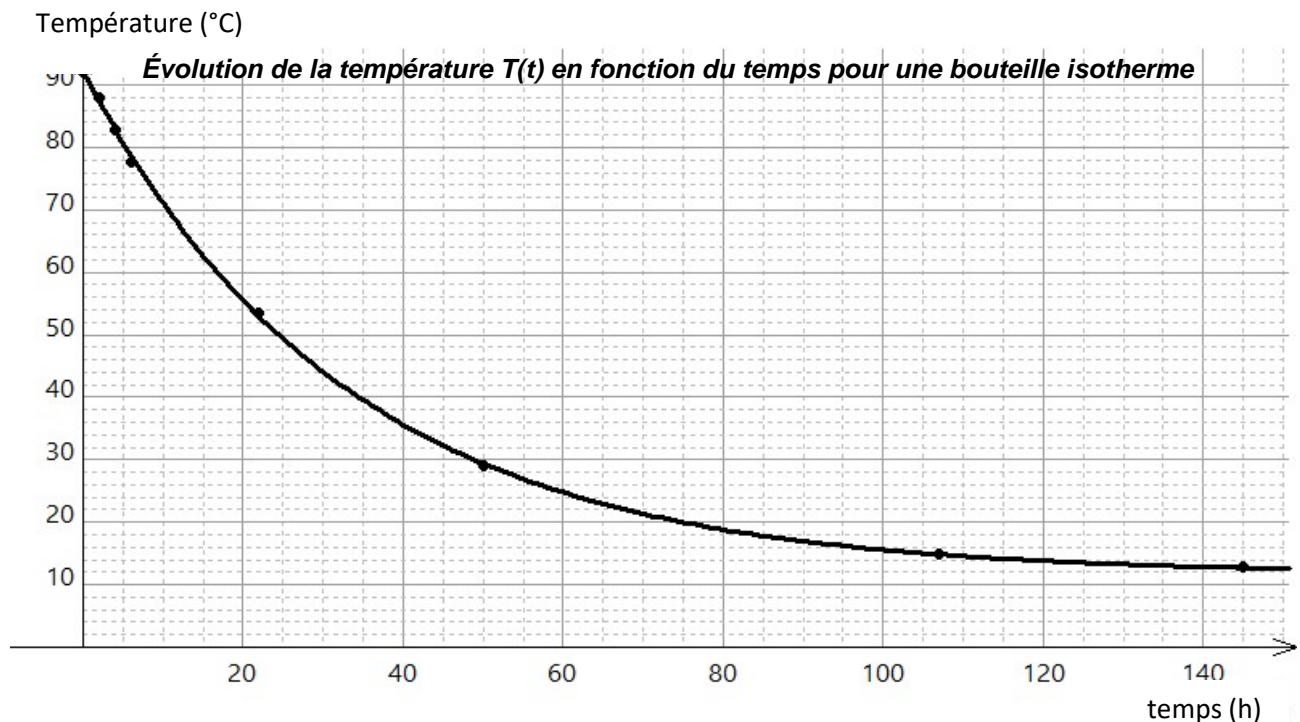
La température de l'eau en fonction du temps, solution de cette équation différentielle, est de la forme :

$$T(t) = A \times e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{avec } A, B \text{ et } \tau \text{ des constantes.}$$

L'origine du temps $t = 0$ est choisie au moment où l'eau à la température $T_{ini} = 92 \text{ °C}$ est versée.

4. Établir les expressions de A et de B en fonction de la température initiale T_{ini} et de la température extérieure T_{ext} , puis calculer A et B .

La modélisation de l'évolution de la température $T(t)$ de l'eau en fonction du temps dans la bouteille isotherme est représentée ci-dessous :



5. Positionner T_{ini} , T_{ext} sur le graphique représenté dans le **DOCUMENT-RÉPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE**.

6. Montrer, par une méthode graphique, que la valeur de τ est d'environ 35 heures.

7. Lors d'une randonnée en montagne, une bouteille isotherme différente est utilisée. Elle est caractérisée par une valeur de τ égale à 51,2 heures. De l'eau à haute température est versée dans la bouteille le soir à 21 h. La loi $T(t) = A \times e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ reste ici valable mais les nouvelles conditions de température donnent ici $A = 78$ °C et $B = 10$ °C. Sachant que pour faire infuser un thé, la température de l'eau doit être supérieure à 70°C, calculer jusqu'à quelle heure le lendemain matin, il est possible de faire infuser un thé au petit déjeuner. Conclure.

Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

Page blanche laissée intentionnellement.

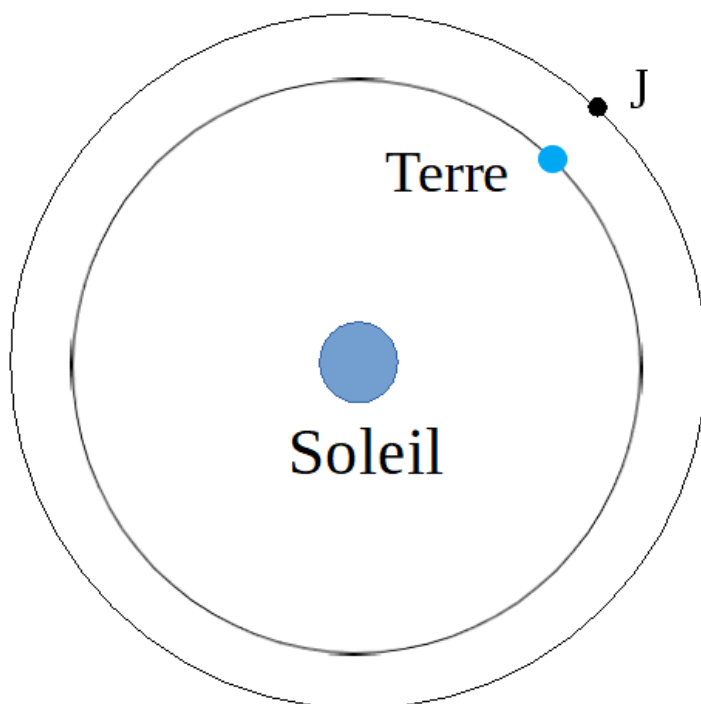
Ne rien inscrire dessus.

DOCUMENT-RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE A – Mouvement du télescope James-Webb dans un champ de gravitation

Question 1.

Schéma de l'orbite de la Terre et de J (en L_2) autour du Soleil (l'échelle n'est pas respectée).



EXERCICE B – Évolution de la température dans une bouteille isotherme

Question 5.

Évolution de la température $T(t)$ en fonction du temps pour une bouteille isotherme.

