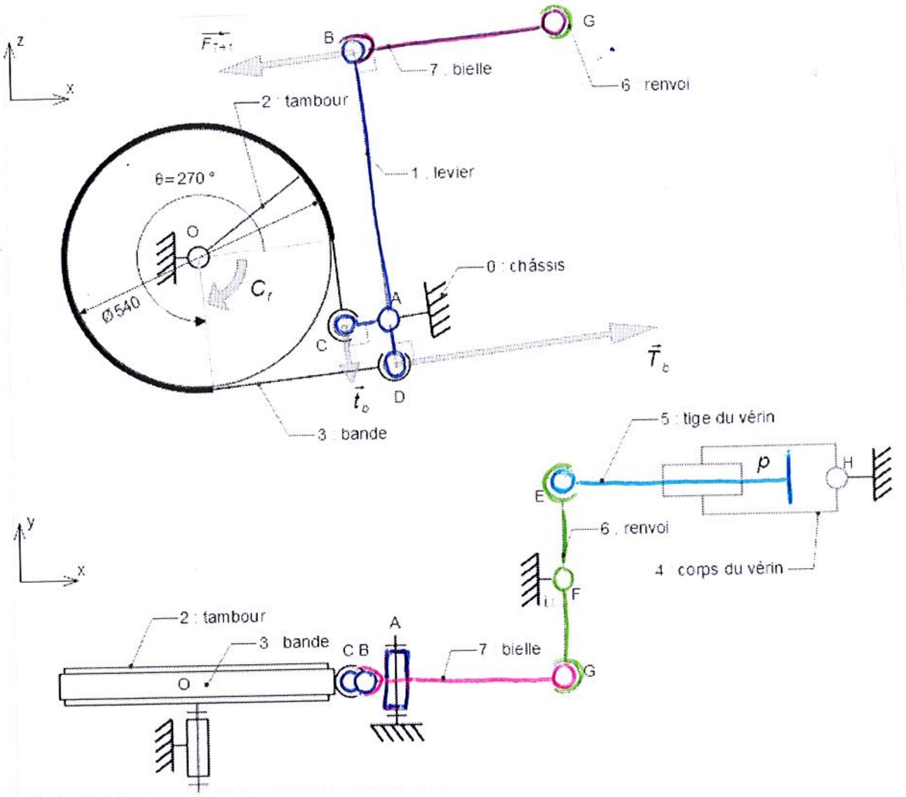
Exercice 1

Q1 : ∘ Sens de $\overrightarrow{\text{déplacement}}$ du piston pour freiner
∘ Calculer $\|F_{vérin}\|$



∘ Pour actionner le freinage, la tige du vérin doit rentrer

Caractéristiques du vérin pneumatique
- diamètre du piston 160 mm ;
- diamètre de la tige 25 mm ;
- course 50 mm.

$$\boxed{\text{Pression} = \frac{\text{Force}}{\text{Surface}}}$$

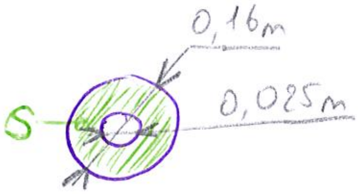
N

m²

Pa

donc $F = P \times S$

avec $S = \dfrac{\pi.D^2}{4} - \dfrac{\pi.d^2}{4}$



$S = \dfrac{\pi.(0{,}16^2 - 0{,}025^2)}{4}$

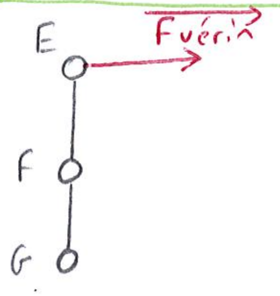
$S = 0{,}0196 \text{ m}^2$

avec $P = 6 \text{ bar} = 6.10^5 \text{ Pa}$

donc $F = 6.10^5 \times 0{,}0196 = 11\,769 \text{ N}$

Q2 : Justifier la relation $\|\overrightarrow{F_{7\to1}}\| = \|\overrightarrow{F_{vérin}}\|$

$\boxed{\text{On isole le renvoi 6}}$



Bilan des actions mécaniques

- en E, $\overrightarrow{F_{vérin}}$, sur $\vec{x}$
- en F, effort de direct° et de norme inconnues
- en G, " " " " " " "

A l'équilibre, l'équation des moments de la 1ère loi de Newton donne :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_F(\overrightarrow{F_{vérin}})} + \overrightarrow{\mathcal{M}_F(\overrightarrow{F_{0\to6}})} + \overrightarrow{\mathcal{M}_F(\overrightarrow{G_{7\to6}})} = \vec{0}$$

En projection sur $\vec{z}$:

$$-F_{vérin} \times EF \quad + \quad 0 \quad + \quad G_{7\to6} \times FG = 0$$

or $EF = FG$ donc $\|\overrightarrow{F_{vérin}}\| = \|\overrightarrow{G_{7\to6}}\|$

$\boxed{\text{On isole la bielle 7}}$

Bilan des actions mécaniques

Hypothèse : on néglige le poids propre de la bielle.

- en G, action $\overrightarrow{G_{7\to6}}$
- en B, effort de direct° et de norme inconnue.

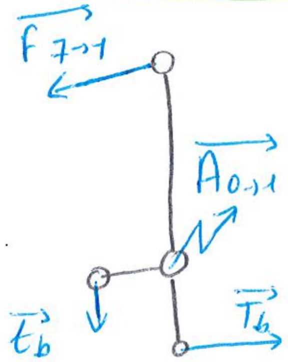
A l'équilibre, l'équation de la résultante de la 1ère loi de Newton donne :

$$\overrightarrow{B_{1\to7}} + \overrightarrow{G_{6\to7}} = \vec{0}$$

donc $\boxed{\|\overrightarrow{B_{1\to7}}\| = \|\overrightarrow{G_{6\to7}}\| = \|\overrightarrow{F_{vérin}}\|}$

Q3 : Justifier la relation $\|\vec{t_b}\| = \dfrac{AB \cdot \|\overrightarrow{F_{vérin}}\|}{AC \cdot (e^{f\theta}+1)}$

On isole le levier 1



Bilan des actions mécaniques

- en B, $\overrightarrow{F_{7\to1}}$ avec $\|\overrightarrow{F_{7\to1}}\| = \|\overrightarrow{F_{vérin}}\|$
- en A, effort de direct^re^ et de norme inconnues
- en C, $\vec{t_b}$
- en D, $\vec{T_b}$

A l'équilibre, l'équat^e^ des moments de la 1^ère^ loi de Newton donne, en A :

$$\overrightarrow{M_A(\overrightarrow{F_{7\to1}})} + \overrightarrow{M_A(\overrightarrow{A_{0\to1}})} + \overrightarrow{M_A(\vec{t_b})} + \overrightarrow{M_A(\vec{T_b})} = \vec{0}$$

En projection sur $\vec{y}$:

$$\|\overrightarrow{F_{vérin}}\| \times AB + 0 - \|\vec{t_b}\| \times AC - \|\vec{T_b}\| \times AD = 0$$

or $\dfrac{\|\vec{T_b}\|}{\|\vec{t_b}\|} = e^{f\theta}$ donc $\|\vec{T_b}\| = \|\vec{t_b}\| \cdot e^{f\theta}$

or $AC = AD$

$$\|\overrightarrow{F_{vérin}}\| \cdot AB - \|\vec{t_b}\| \cdot AC - \|\vec{t_b}\| \cdot e^{f\theta} \cdot AC = 0$$

donc $\boxed{\|\vec{t_b}\| = \dfrac{\|\overrightarrow{F_{vérin}}\| \cdot AB}{AC \cdot (1+e^{f\theta})}}$

Q4: Calculer $\overrightarrow{F_1}$

$$\|\overrightarrow{t_b}\| = \frac{AB \cdot \|\overrightarrow{F_{uérin}}\|}{AC \cdot (e^{f\theta}+1)}$$

avec
- $AB = 570\,mm$
- $AC = 85\,mm$
- $\|\overrightarrow{F_{uérin}}\| = 11\,769\,N$
- $f = 0{,}37$
- $\theta = 270° = \frac{270}{360} \times 2\pi = 4{,}71\,rad$

donc $$\|\overrightarrow{t_b}\| = \frac{0{,}57 \times 11769}{0{,}085 \times (e^{0{,}37 \times 4{,}71} + 1)}$$

$$\|\overrightarrow{t_b}\| = 11\,757\,N$$

$$\|\overrightarrow{F_{f1}}\| = \frac{2 \times D_{tambour}}{d_{roue} \times 2} \times (e^{f\theta} - 1) \times \|\overrightarrow{t_b}\|$$

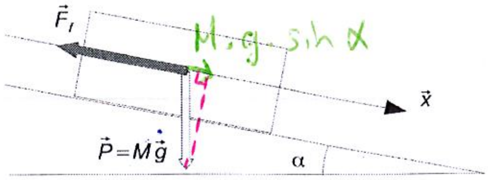
avec
- $D_{tambour} = 0{,}54\,m$
- $d_{roue} = 0{,}668\,m$

donc $$\|\overrightarrow{F_{f1}}\| = \frac{2 \times 0{,}54}{2 \times 0{,}668} \times (e^{0{,}37 \times 4{,}71} - 1) \times 11\,757$$

$$\|\overrightarrow{F_{f1}}\| = 44\,791\,N$$

Q5 : ∘ Démontrer que $d = \dfrac{V^2}{2.\left(\dfrac{-F_f}{M} + g.\sin\alpha\right)}$

∘ Calculer la distance pour stopper la rame.



(déclivité = sinα)

Actions exercées sur la rame en freinage d'urgence lors de la descente

Le Théorème de la résultante dynamique (2^{e} loi de Newton) donne :

$$\vec{F_f} + \vec{P} = M.\vec{a}$$

En projection sur $\vec{x}$:

décélérat° donc $\vec{a}$ sens opposé à $\vec{v}$

$$-F_f + M.g.\sin\alpha = -M.a$$

donc $\boxed{a = \dfrac{F_f}{M} - g.\sin\alpha}$

La rame a un mvt de translat° rectiligne uniformément décéléré

(1) $a(t) = a$

(2) $v(t) = a.t + v_0$

(3) $x(t) = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_0.t + x_0$

Conditions initiales :	Conditions finales :
$x_0 = 0$ et $v_0 = V$	$x = d$ et $v = 0$

A la fin de la phase, (2) ⊳ $t = \dfrac{-V}{a}$

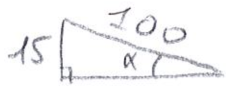
(3) ⊳ $d = \frac{1}{2}.a.t^2 + V.t$

(3) ⊳ $d = \frac{1}{2}.a.\dfrac{V^2}{a^2} - \dfrac{V^2}{a}$

$d = \dfrac{V^2}{2.(-a)}$ donc $\boxed{d = \dfrac{V^2}{2.\left(\dfrac{-F_f}{M} + g.\sin\alpha\right)}}$

Données :

- $V = 28{,}4\ km/h = \dfrac{28\,400}{3600} = 7{,}89\ m/s$
- $F_f = 180\,000\ N$
- $M = 65\,000\ kg$
- déclivité de 15% donc $\sin\alpha = \dfrac{15}{100}$



$$d = \frac{7{,}89^2}{2\left(-\dfrac{180\,000}{65\,000} + 9{,}81 \cdot \dfrac{15}{100}\right)}$$

$d = 24{,}2$ mètres

EXERCICE 2

Q1 : ◦ Caractériser la nature du mouvement

phase ① : mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré par rapport au sol

phase ② : mvt de translat° rectiligne uniforme par rapport au sol.

Q2 : ◦ Equations de la position du X-track

- Tableau
- Courbe

Phase 1

(1) $a(t) = a$

(2) $v(t) = a.t + v_0$

(3) $x(t) = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_0.t + x_0$

Conditions initiales :	Conditions finales :
à $t = 0s$, $x_0 = 5m$, $v_0 = 0$	à $t = 3s$, $v_{(3s)} = 11,5\ m/s$

(2) → $11,5 = a.3 + 0$ donc $a = \frac{11,5}{3} \simeq 3,83\ m/s^2$

(3) → $x_{(3s)} = \frac{1}{2}.3,83.(3)^2 + 0 + 5 = 22,25\,m$

Equation phase 1 : $\boxed{x(t) = \frac{1}{2}.3,83.t^2 + 5 \quad x(t) = 1,915.t^2 + 5}$

Phase 2

(4) $a(t) = 0$

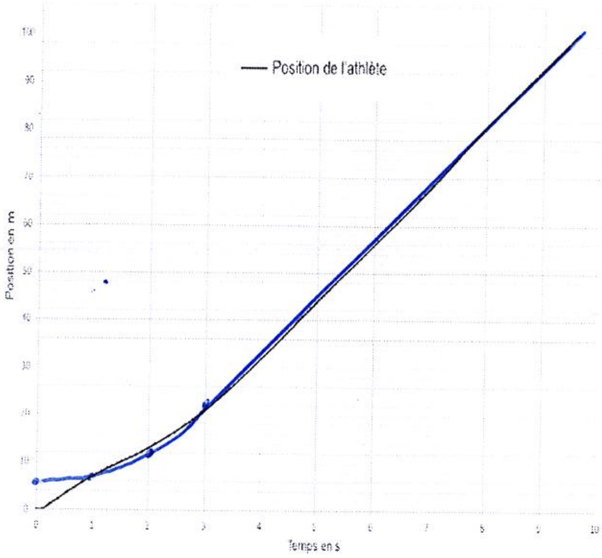
(5) $v(t) = v$

(6) $x(t) = v.t + x_0$

Conditions initiales : à $t = 3s$, $x_{(3s)} = 22,25m$
$v_{(3s)} = 11,5\ m/s$

Equation de la phase 2 : $x(t) = 11,5.(t-3) + 22,25$

Date (en s)	Positions du Xtrack (en m)
0	5
1	6,9
2	12,7
3	22,2
4	33,7
5	45,2
6	56,7
7	68,2
8	79,2
9	91,2
10	102,7



EXERCICE 3

$$\overrightarrow{OP} = \begin{vmatrix} x(t) = \frac{3t^2+12}{4} \\ y(t) = 3.6 \\ z(t) = 7t^2 - \frac{20}{25} \end{vmatrix}$$

Les distances sont en mètres et les durées en secondes.

Q1: Exprimer $z(t) = f(x(t))$

$x(t) = \frac{3}{4} \cdot t^2 + \frac{12}{4}$ donc $t^2 = \frac{4}{3} \cdot (x(t) - 3)$

$z(t) = 7 \cdot \frac{4}{3} \cdot (x(t) - 3) - \frac{20}{25}$

$z(t) = \frac{28}{3} \cdot x(t) - 28 - \frac{20}{25}$

$$\boxed{z(t) = \frac{28}{3} \cdot x(t) - \frac{136}{5}}$$

Q2: Déterminer $\overrightarrow{V_{P,B2/R0}}$

$$\overrightarrow{V_{P,B2/R0}} : \begin{vmatrix} x'(t) = \frac{6}{4} \cdot t \\ y'(t) = 0 \\ z'(t) = 14 \cdot t \end{vmatrix}$$

Q3 : Déterminer $\overrightarrow{A_{P,B2/R0}}$

$$\overrightarrow{A_{P,B2/R0}} : \begin{cases} x''(t) = 6/4 = 3/2 \\ y''(t) = 0 \\ z''(t) = 14 \end{cases}$$

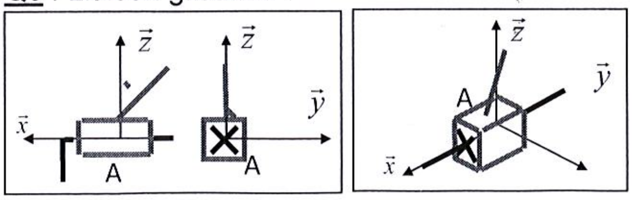
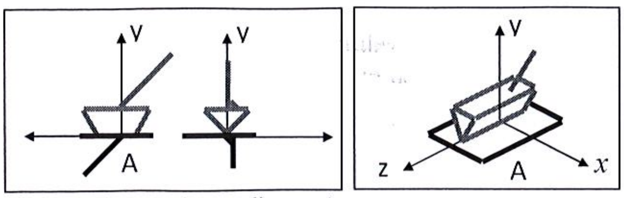
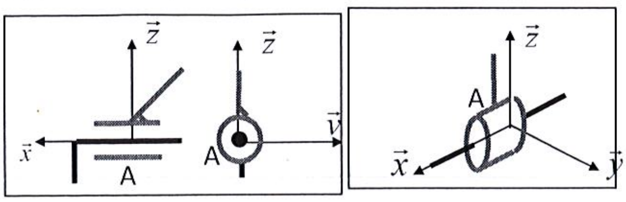
Q4 : Norme de la vitesse à $t = 7s$

$$\overrightarrow{V_{P,B2/R0}} : \begin{cases} x'(7) = 42/4 \\ y'(7) = 0 \\ z'(7) = 98 \end{cases}$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{\left(\frac{42}{4}\right)^2 + (98)^2}$$

$$\|\vec{V}\| = 98 \ m/s$$

EXERCICE 4

Q1 : Exprimer 12.7 radians en degrés. $\theta = \frac{12,7}{2\pi} \times 360 = 728°$	**Q2.** Exprimer 1137 secondes en heures, minutes, secondes. $1137/60 \simeq 18,\dots$ $1137 - 18 \times 60 = 57$ donc 0h, 18min 57sec
Q3. Exprimer 7.89 litres en cm^3 $\lvert dm^3 \ \ell \lvert \ cm^3 \lvert$: 1 1 7 | 8 9 1 0 $7,89\ell = 7\,890\ cm^3$	**Q4 :** Soit une surface de $1027mm^2$. Exprimer cette surface en m^2. m^2 1 0 | dm^2 0 1 0 | cm^2 1 1 0 | mm^2 2 1 7 $S = 0,001027m^2$ ou $S = 1,027.10^{-3} m^2$
Actions mécaniques transmissibles : Ecrire le torseur d'efforts transmissibles des liaisons suivantes : **Q5** : Liaison glissière : 	**Q5 :** $_A\begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$
Q6 : Liaison linéaire rectiligne (cylindre/plan) : 	**Q6 :** $_A\begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
Q7 : Liaison pivot glissant : 	**Q7 :** $_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$

Produit vectoriel :

On a $\vec{A}\left|\begin{matrix}-2\\3\\-4\end{matrix}\right.$ et $\vec{B}\left|\begin{matrix}-2\\1\\3\end{matrix}\right.$ **Q8** : Calculer A^¨B $= \left|\begin{matrix}-2\\3\\-4\end{matrix}\right. \wedge \left|\begin{matrix}-2\\1\\3\end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix}3\times 3-(-4)\times 1\\-4\times(-2)-(-2)\times 3\\-2\times 1-3\times(-2)\end{matrix}\right.$

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \left|\begin{matrix}13\\14\\-4\end{matrix}\right.$$

Q9 : Déplacer un moment

L'action mécanique de la pièce 1 sur la pièce 2 est modélisée en A par:

$\overrightarrow{F_{1\to 2}}:\left|\begin{matrix}12\\-7\\3\end{matrix}\right. \quad \overrightarrow{M_A(F_{1\to 2})}:\left|\begin{matrix}-10\\15\\-2\end{matrix}\right.$

La position relative du point B par rapport au point A est définie par le vecteur :

$\overrightarrow{AB}=\left|\begin{matrix}-3\\4\\-2\end{matrix}\right.$

Calculer le moment au point B de l'action de la pièce 1 sur la pièce 2

$$\overrightarrow{M_B(\vec{F})} = \overrightarrow{M_A(\vec{F})} + \overrightarrow{BA}\wedge\vec{F}$$

$$= \left|\begin{matrix}-10\\15\\-2\end{matrix}\right. + \left|\begin{matrix}+3\\-4\\+2\end{matrix}\right. \wedge \left|\begin{matrix}12\\-7\\3\end{matrix}\right.$$

$$= \left|\begin{matrix}-10\\15\\-2\end{matrix}\right. + \left|\begin{matrix}2\\15\\27\end{matrix}\right.$$

$$= \left|\begin{matrix}-8\\30\\25\end{matrix}\right.$$

Q10 : Déplacer un torseur

Soit le torseur :

$$\left\{\mathcal{T}_{A,5\to 8}\right\}_{G\;0,x,y,z} = \left\{\begin{matrix}95 & -720\\-19 & 340\\-97 & -290\end{matrix}\right\}_{G\;0,x,y,z}$$

Et le vecteur :

$$\overrightarrow{CG} = \begin{pmatrix}6\\38\\85\end{pmatrix}$$

Deplacer le torseur au point : C

$$\left\{\mathcal{T}_{A,5\to 8}\right\}_{C\;0,x,y,z}$$

$$\overrightarrow{M_C(\vec{F})} = \overrightarrow{M_G(\vec{F})} + \overrightarrow{CG}\wedge\vec{F}$$

$$= \left|\begin{matrix}-720\\340\\-290\end{matrix}\right. + \left|\begin{matrix}6\\38\\85\end{matrix}\right. \wedge \left|\begin{matrix}95\\-19\\-97\end{matrix}\right.$$

$$= \left|\begin{matrix}-720\\340\\-290\end{matrix}\right. + \left|\begin{matrix}-2071\\8657\\-3724\end{matrix}\right.$$

$$= \left|\begin{matrix}-2791\\8997\\-4014\end{matrix}\right.$$

donc $\left\{\mathcal{T}_{A,5\to 8}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}95 & -2791\\-19 & 8997\\-97 & -4014\end{matrix}\right\}_C$