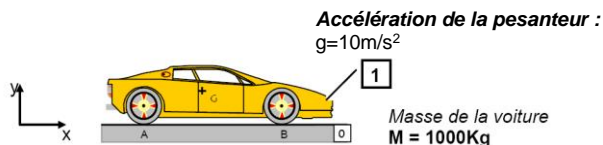


I. Définition

Lorsque le système matériel isolé présente un plan de symétrie géométrique et que les forces extérieures sont symétriques par rapport à ce plan, l'étude peut se faire dans ce plan de symétrie. Dans l'exemple ci-dessous, il s'agit du plan (O,x,y).



Etude de l'équilibre de la voiture 1

La résolution d'un problème de statique plane commence par le bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur le **système isolé 1**.

Forces ext.	Point d'application	Direction	Intensité
\vec{P}	G	↓	$Mg = 10000\text{N}$
$\vec{A}_{0/1}$	A	↑	?
$\vec{B}_{0/1}$	B	↑	?

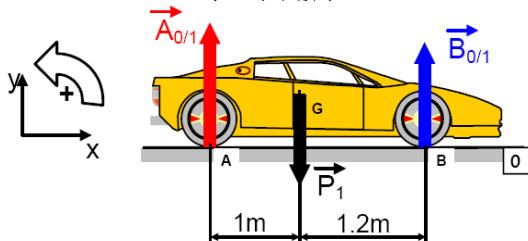
Dans ce cas, on remarque que les **3 forces extérieures** sont **parallèles** entre elles. Une résolution graphique n'est pas envisageable car les forces extérieures sont **non concourantes**.

II. Résolution analytique dans le plan

La résolution analytique se fait en **4 phases**.

1) Modélisation des vecteurs forces

Il faut exprimer les coordonnées connues ou inconnues de chaque vecteur force dans le repère (O,x,y,z).



Les 3 forces étant verticales et colinéaires à l'axe y, leurs coordonnées respectives sur x et sur z seront donc nulles. Les 3 vecteurs forces pourront s'écrire de la manière suivante :

$$\vec{A}_{0 \rightarrow 1} : \begin{pmatrix} 0 \\ Y_A \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{B}_{0 \rightarrow 1} : \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{P}_1 : \begin{pmatrix} 0 \\ -m \cdot g \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -10000\text{N} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Au total, le problème présente **2 inconnues** Y_A et Y_B . Ce chiffre étant inférieur à 3, la résolution est donc possible. La résolution analytique se fera en appliquant les théorèmes généraux.

2) Application du Principe Fondamental de la Statique (PFS) (théorèmes généraux)

• Théorème des forces

La somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système isolé est nulle

$$\vec{A}_{0 \rightarrow 1} + \vec{B}_{0 \rightarrow 1} + \vec{P} = \vec{0}$$

En projection sur les différents axes du repère, on obtient :

$$\begin{matrix} \text{Proj / x :} & 0=0 \\ \text{Proj / y :} & Y_A + Y_B - 10\,000 = 0 \quad (1) \\ \text{Proj / z :} & 0=0 \end{matrix}$$

On obtient finalement une seule équation (1) significative

• Théorème du Moment Résultant en A

La somme vectorielle des moments, exprimés en un même point, est nulle.

$$\vec{M}_A(\vec{A}_{0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_A(\vec{B}_{0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_A(\vec{P}) = \vec{0}$$

On projette cette équation vectorielle sur l'axe perpendiculaire au plan d'étude (z, dans notre cas) :

$$\|\vec{A}_{0 \rightarrow 1}\| \times 0 - 10000 \times 1 + Y_B \times 2.2 = 0 \quad (2)$$

3) Résolution du système d'équations

On obtient finalement un système de 2 équations (1) et (2) à 2 inconnues Y_A et Y_B .

A partir de (2), on en déduit la valeur de Y_B . $Y_B = 4545.5\text{ N}$
En remplaçant Y_B dans l'équation (1), on trouve la valeur de Y_A
 $Y_A = 10000 - 4545.5$ $Y_A = 5454.5\text{ N}$

4) Mise en forme des résultats

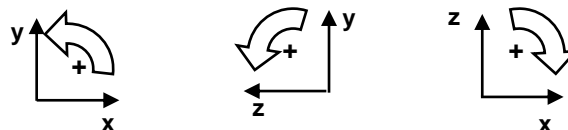
Il suffit d'écrire les vecteurs forces recherchés en exprimant leurs composantes dans le repère choisi.

$$\vec{A}_{0 \rightarrow 1} : \begin{pmatrix} 0 \\ 5454.5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \|\vec{A}_{0 \rightarrow 1}\| = 5454.5\text{N}$$

$$\vec{B}_{0 \rightarrow 1} : \begin{pmatrix} 0 \\ 5454.5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \|\vec{B}_{0 \rightarrow 1}\| = 5454.5\text{N}$$

III. Calcul du moment algébrique

Le sens positif est celui qui permet de passer de l'axe x à l'axe y (ou de l'axe y à l'axe z, ou de l'axe z à l'axe x) en tournant de 90° dans le sens trigonométrique.



L'intensité du moment est égale à l'intensité de la force multipliée par la distance (la distance est orthogonale au support de la force).

Exemples :



$$\vec{M}_A(\vec{F}_1) = -d_1 \times \|\vec{F}_1\|$$

$$\vec{M}_B(\vec{F}_2) = -d_2 \times \|\vec{F}_2\|$$